

Sistema de Evaluación Pública (SEP)

MATERIAL PARA EVALUACIONES ORIENTADAS A PROFESIONALES

**CONVENIOS
COLECTIVOS**



Ordenado y compilado según fuente: SEP Sistema de Evaluación Pública
(<https://www.argentina.gob.ar/sistema-de-evaluacion-publica>)

El Consejo Directivo Nacional de ATE rechaza y repudia esta evaluación para las y los compañeros contratados/as, llamada “Sistema de Evaluación Pública” (SEP) por el ministerio de Sturzenegger.

El Gobierno, en vez de reconocer las capacidades laborales de los/as trabajadores/as estatales nacionales, promueve una evaluación innecesaria que solo busca el efecto mediático y el amedrentamiento.

Una vez más, lo vamos a superar con organización y la fuerza e inteligencia del colectivo

Guía de estudio para eje temático comprensión lectora

1. **No puedo enseñarte violencia, ya que no creo en ella. Solo puedo enseñarte a no inclinarte ante ella. (Mahatma Gandhi) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre esta frase resulta falsa?**

- A. Gandhi enseñaba a resistir sin recurrir a la violencia
- B. Gandhi bogaba por la no violencia
- C. Gandhi consideraba la violencia necesaria en casos extremos

Respuesta: C

2. **El beneficio otorgado por la DADSE, Dirección de Asistencia Directa por Situaciones Especiales, consiste en la entrega de medicamentos y/o elementos de tecnología sanitaria a todas aquellas personas en situación de vulnerabilidad que presenten un problema agudo o grave de salud en el que corre riesgo cierto su vida y que no cuenten con obra social, medicina prepaga, Incluir Salud, PAMI o cualquier otro tipo de cobertura o programa de salud, que no puedan satisfacer su necesidad por medio de los ministerios provinciales y/o secretarías de salud municipales.**

Marque la única opción que resulta falsa:

- A. La DADSE proporciona medicamentos y elementos de tecnología sanitaria a personas en situación de vulnerabilidad.
- B. El beneficio de la DADSE está destinado a personas que tengan problemas de salud grave sin ningún tipo de cobertura de salud.
- C. La DADSE ayuda a quienes enfrentan problemas de salud leves y no tienen acceso a otras formas de asistencia médica.

Respuesta: C

3. **La vacunación durante el embarazo protege a la persona embarazada, ya que se producen cambios en el organismo que pueden aumentar la susceptibilidad y la gravedad de algunas enfermedades, como, por ejemplo, la gripe o COVID-19. También protege al futuro recién nacido, gracias al paso por la placenta de los anticuerpos maternos, que lo protegen de enfermedades que pueden ser muy graves en los primeros meses de la vida, como, por ejemplo, la tos convulsa o la bronquiolitis.**

De acuerdo al texto, marque la opción correcta:

- A. La vacunación durante el embarazo aumenta la susceptibilidad a enfermedades.
- B. La vacunación durante el embarazo protege de enfermedades que pueden ser más graves debido a cambios en el organismo.
- C. La vacunación durante el embarazo desarrolla inmunidad permanente contra las posibles enfermedades del recién nacido.

Respuesta: B

4. **A partir del 1ro de julio de 2024 entra en vigencia la nueva reglamentación de la Ley Nacional de Receta Electrónica. A través del Decreto 345/2024, la normativa establece la necesidad de cambiar la modalidad de las prescripciones, hoy indicadas en papel, a recetarios de plataformas digitales.**

De acuerdo al texto, marque la opción correcta:

- A. La normativa del Decreto 345/2024 establece que las recetas deberán ser impresas con firma digital.
- B. La normativa del Decreto 345/2024 establece que pasará al uso de recetarios en plataformas digitales en lugar de prescripciones en papel.
- C. La normativa del Decreto 345/2024 establece que se aplazarán los cambios en la forma de prescripción actual.

Respuesta: B

5. **El golpe de calor es un trastorno ocasionado por el aumento de la temperatura del cuerpo como consecuencia de la exposición prolongada a altas temperaturas y humedad o el esfuerzo físico intenso en altas temperaturas. El golpe de calor es una forma grave de lesión por calor y la temperatura del cuerpo alcanza los 40° C o más.**

De acuerdo al texto, marque la única opción falsa:

- A. El golpe de calor es un trastorno leve por exposición al calor durante mucho tiempo.
- B. El golpe de calor implica una exposición sostenida en el tiempo a altas temperaturas.
- C. El golpe de calor tiene como síntoma principal el aumento de la temperatura corporal

Respuesta: A

6. **El Parque Nacional Los Glaciares se encuentra emplazado en las ecorregiones de la Estepa Patagónica y los Bosques Patagónicos. Su nombre evoca la magnitud de los numerosos glaciares que contornean el paisaje de la cordillera austral. En sus lentos movimientos estos gigantes ríos _____ forman constantemente siluetas caprichosas que avanzan y retroceden. Incluso, algunas de ellas recuerdan a puentes, diques y cavernas.**

Marque la palabra faltante:

- A. congelados
- B. oscilantes
- C. tumultuosos

Respuesta: A

7. **La salud de los trabajadores constituye uno de los polos de la riqueza de un país. Siendo un elemento de alta interdependencia con aquellos factores que determinan el grado de desarrollo de una nación, sus fluctuaciones a lo largo del tiempo son un _____ de este desarrollo. Marque la palabra faltante:**
- A. resultado
 - B. rol
 - C. indicador

Respuesta: C

8. **Escritorio Único (EU): Interfaz que permite navegar por todos los módulos que integran el sistema GDE, por ello, se lo considera la cara visible del GDE. Desde el EU se configura el acceso al Sistema de Gestión Documental Electrónica (GDE). Muestra un resumen de todas las tareas pendientes que el agente tiene en cada módulo y las organiza según un rango de**

antigüedad en días. Entre otras funcionalidades, permite visualizar las tareas en desarrollo y pendientes propias y de los supervisados. De acuerdo a este fragmento, marque la respuesta correcta:

- A. El EU permite gestionar únicamente el acceso al módulo de Gestión de Tareas Pendientes.
- B. El EU ofrece una interfaz que permite navegar por todos los módulos del sistema y muestra un resumen de tareas pendientes.
- C. El EU funciona como una herramienta independiente que no se integra con el resto del sistema GDE.

Respuesta: B

9. **Legajo Único Electrónico (LUE): Único medio de creación, registro, guarda y archivo de la totalidad de la documentación y datos correspondientes a las personas que prestan servicios en virtud de cualquier modalidad en el ámbito establecido en el artículo 8 de la Ley N° 24.156 de ADMINISTRACIÓN FINANCIERA Y DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DEL SECTOR PÚBLICO NACIONAL y sus modificatorias. ¿Cuál es la función principal del Legajo Único Electrónico?**

- A. Proveer servicios de salud a los empleados
- B. Crear, registrar, guardar y archivar documentación de personas que prestan servicios
- C. Supervisar el cumplimiento de leyes laborales

Respuesta: B

10. **Gestor de Asistencias y Transferencias (GAT): Único medio de registro, tramitación y pago de todas las prestaciones, beneficios, subsidios, exenciones, y toda otra transferencia y asistencia que las entidades y jurisdicciones contempladas en el artículo 8 de la Ley de Administración Financiera N° 24.156 y sus modificatorias otorguen a personas humanas o personas jurídicas públicas o privadas, independientemente de su fuente de financiamiento. ¿Cuál es la función principal del GAT?**

- A. Supervisar el cumplimiento de la ley de administración financiera.
- B. Registrar, tramitar y pagar prestaciones, beneficios y subsidios.
- C. Controlar la calidad de servicios públicos.

Respuesta: B

11. **Registro Propiedad Inmueble (RPI): Único medio electrónico de tramitación y registración de documentación en el REGISTRO DE LA PROPIEDAD INMUEBLE DE LA CAPITAL FEDERAL del MINISTERIO DE JUSTICIA Y DERECHOS HUMANOS, en el marco de lo dispuesto por la Ley N° 17.801 y por el Decreto N° 466 del 5 de Mayo de 1999 y sus modificatorios. De acuerdo al texto, marque la única respuesta que resulta falsa:**

- A. El RPI solo opera para propiedades en la Ciudad de Buenos Aires.
- B. El RPI fue establecido en 1999.
- C. El RPI permite la gestión de documentación relacionada con la compraventa de bienes muebles en la Capital Federal.

Respuesta: C

12. **Porta Firma (PF): Administra la firma de los documentos electrónicos. A su vez, brinda la posibilidad de firmar varios documentos electrónicos al mismo tiempo y filtrar por lotes**

los documentos digitales a firmar.

De acuerdo al texto, marque la única respuesta que resulta falsa:

- A. El Porta Firma permite la firma simultánea de documentos.
- B. El Porta Firma facilita el filtrado por lotes.
- C. El Porta Firma admite la firma de documentos en papel.

Respuesta: C

13. **Trámites a Distancia (TAD): Plataforma que facilita la interacción entre los ciudadanos y la administración mediante la recepción y envío _____ de presentaciones, solicitudes, escritos, notificaciones y comunicaciones, entre otros.**

Marque la palabra faltante:

- A. electrónico
- B. físico
- C. rápido

Respuesta: A

14. **El artículo 112 del Convenio Colectivo de Trabajo General para la Administración Pública Nacional, aprobado por el Decreto Nº 214/2006, establece las directrices para los derechos y condiciones de trabajo de los empleados de la administración pública en Argentina. Este artículo, junto a otros del mismo convenio, orienta temas como la estabilidad laboral, las políticas de igualdad de oportunidades y trato, y las condiciones para la organización y representación sindical en el ámbito público. ¿Qué regula el artículo 112 del Convenio Colectivo de Trabajo General para la Administración Pública Nacional?**

- A. La contratación temporal en la administración pública
- B. Los derechos y condiciones de trabajo de los empleados públicos
- C. La gestión de recursos financieros en la administración pública

Respuesta: B

15. **La ley 25188 de Ética en el ejercicio de la Función Pública establece un conjunto de deberes, prohibiciones e incompatibilidades aplicables, sin excepción, a todas las personas que se desempeñen en la función pública en todos sus niveles y jerarquías, en forma permanente o transitoria, por elección popular, designación directa, por concurso o por cualquier otro medio legal, extendiéndose su aplicación a todos los magistrados, funcionarios y empleados del Estado. De acuerdo al texto, marque la única respuesta falsa:**

- A. La ley de Ética busca promover la transparencia y la integridad en el ejercicio de la función pública.
- B. La ley de Ética aplica para todo el empleo formal en el país.
- C. La ley de Ética establece un marco de deberes y prohibiciones que regule el comportamiento de los funcionarios públicos.

Respuesta: B

Guía de estudio para eje temático pensamiento lógico y matemáticas

1. La tabla resume la distribución de colores y formas de 100 azulejos de igual área.

	Rojo	Azul	Amarillo	Total
Cuadrado	10	20	25	55
Pentágono	20	10	15	45
Total	30	30	40	100

Si se elige un azulejo de manera aleatoria, ¿cuál es la posibilidad de seleccionar un azulejo rojo?

- A. $\frac{3}{10}$
- B. $\frac{2}{8}$
- C. $\frac{4}{10}$
- D. $\frac{3}{8}$

Respuesta: A.

De los 100 azulejos totales, 30 son rojos (10 de ellos son cuadrados y 20 son pentágonos). La probabilidad se mide como casos que cumplen la afirmación dividido casos totales, es decir, $\frac{30}{100}$. Simplificado, es $\frac{3}{10}$.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

2. De una población de 50.000 personas, 1000 fueron seleccionadas aleatoriamente y encuestadas sobre un proyecto de ley. Basada en la encuesta se estima que el 35% de la población apoya el proyecto de ley, con un margen de error del 3%. Basado en estos resultados, ¿cuál de los siguientes valores es más plausible para el total de la población que apoya el proyecto de ley?
- A. 350
 - B. 650
 - C. 16.750
 - D. 31.760

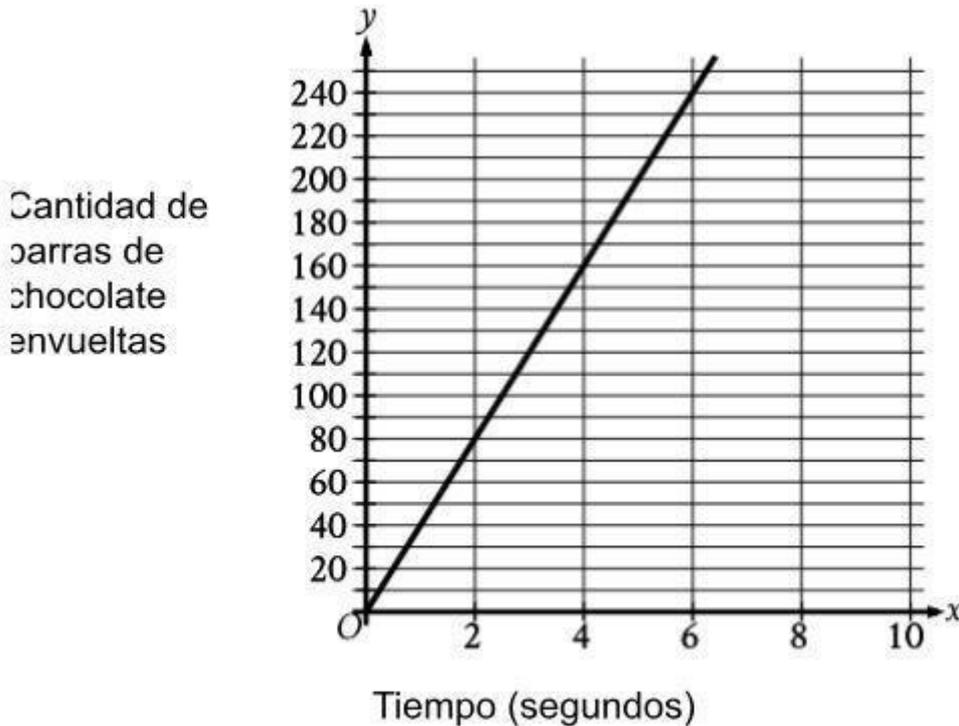
Respuesta: C.

Se establece que aproximadamente el 35% de las personas en la población apoyan la legislación, con un margen de error asociado del 3%. Al restar y sumar el margen de error a la estimación, se obtiene un intervalo de valores plausibles para el porcentaje real de personas en la población que apoyan la legislación. Por lo tanto, es plausible que entre el 32% y el 38% de las personas en esta población apoyen la legislación. Los números correspondientes de personas representadas por estos porcentajes en la población se pueden calcular multiplicando la población total, 50,000, por 0.32 y por 0.38, lo que da como

resultado $50,000(0.32) = 16,000$ y $50,000(0.38) = 19,000$, respectivamente. De ello se deduce que cualquier valor en el intervalo de 16,000 a 19,000 es un valor plausible para el número total de personas en la población que apoyan la legislación propuesta. De las opciones dadas, solo 16,750 está dentro de este intervalo.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

3. El gráfico muestra el número de barras de chocolate que una determinada máquina envuelve con una etiqueta en x segundos.



Según la gráfica, ¿cuál es el número estimado de barras de chocolate que la máquina envuelve con una etiqueta por segundo?

- A. 2
- B. 40
- C. 78
- D. 80

Respuesta: B.

Se ve que en 2 segundos envuelve 80 barras. Por ende, en 1 segundo envuelve 40 barras.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

4. Nasir compró 9 contenedores de almacenamiento y cada uno tenía el mismo precio. Usó un cupón para obtener \$63 de descuento en toda la compra. El costo de la compra completa después de usar el cupón fue de \$27. ¿Cuál era el precio original, en dólares, de 1 contenedor de almacenamiento?
- A. 10
 - B. 15

- C. 20
- D. 25

Respuesta: A.

Dado que el costo de toda la compra fue \$27 después de que se utilizó un cupón de descuento por \$63 en toda la compra. Sumar el importe del cupón al precio de compra produce $27+63 = 90$. Por lo tanto, el costo de toda la compra antes de usar el cupón fue \$90. Se da que Nasir compró 9 contenedores de almacenamiento. El precio original de un contenedor de almacenamiento se puede encontrar dividiendo el costo total por 9. Por lo tanto, el precio original de un contenedor de almacenamiento es $90/9 = 10$.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

5. **Un camión de mudanzas puede arrastrar un remolque si el peso combinado del remolque y las cajas que contiene no supera los 4,600 kilos. ¿Cuál es la cantidad máxima de cajas que este camión puede transportar en un remolque con un peso de 500 kilos si cada caja pesa 120 kilos?**
- A. 34
 - B. 35
 - C. 38
 - D. 39

Respuesta: A.

Si el camión puede remolcar hasta 4.600 kilos y el remolque pesa 500 km. La ecuación es igual a $4.600 = 500 + c \cdot 120$, siendo las cantidades de cajas.

$$c = (4600 - 500) / 120$$

$$c = 34,16666$$

Por lo cual, A sería la respuesta correcta, ya que B se excede del peso máximo.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

6. **La estación espacial Mir permaneció en órbita durante 15 años y giró alrededor de la Tierra unas 86 500 veces durante su permanencia en el espacio. La estadía más prolongada de un cosmonauta en la Mir fue de aproximadamente 680 días.**
- ¿Aproximadamente cuántas veces voló este cosmonauta alrededor de la Tierra?
- A. 110
 - B. 1.100
 - C. 11.000
 - D. 110.000

Respuesta: C.

Si un año tiene 365 días, 15 años son igual a $15 \times 365 = 5.475$ días (se le podrían 3 o 4 días por los años bisiestos, pero no afecta mucho). Para obtener cuantas veces por días giró la estación alrededor de la tierra se divide 86.500 por la cantidad de días equivalente a 15 años. $86.500/5475 = 15,79$.

Si la estadía del cosmonauta duró 680 días y dió aproximadamente 15,79 vueltas por día, giró aproximadamente $680 \times 15,79 = 10.737$ veces. La respuesta más cercana sería C.

El peso total de la Mir era 143 000 kg. Cuando la Mir volvió a la Tierra, alrededor de un 80% se quemó en la atmósfera. El resto se quebró en unos 1.500 pedazos y cayó al Océano Pacífico.

¿Cuál es el peso promedio de los pedazos que cayeron al Océano Pacífico?

- A. 19 kg
- B. 76 kg
- C. 95 kg
- D. 480 kg

Respuesta: A.

Si el 100% del peso del Mir era 143.000 y se perdió el 80% debemos obtener cuál es el 20% restante. $20 \times 143.000 / 100 = 28.600$. Suponiendo que los pedazos en promedio son iguales tomamos la cantidad que no se quemó y la dividimos por 1.500.

$$28.600 / 1500 = 19,0666$$

Fuente: PISA, matemáticas, actividades de simulación.

7. **En un juego de cartas en particular, la puntuación mínima que un jugador puede lograr en un solo juego es 20 y la puntuación máxima posible en un solo juego es 52. Si un jugador juega tres juegos y obtiene un total de 141 puntos, ¿cuál es el puntaje mínimo que el jugador podría haber marcado en uno de los juegos?**
- A. 35
 - B. 36
 - C. 37
 - D. 38

Respuesta: C.

La menor puntuación posible en un juego se producirá cuando el jugador haya anotado el máximo posible (52 puntos) en cada uno de los otros dos juegos. Estos dos juegos suman 104 puntos, dejando $141 - 104 = 37$ puntos como la puntuación más baja posible para el juego restante.

Fuente: Erikthered, SAT examen de práctica sección matemática nivel intermedio

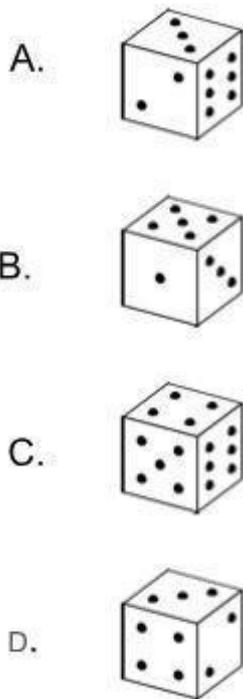
8. **Un número de tres dígitos, XYZ, está formado por tres dígitos distintos de cero, X, Y y Z. Si el valor de X es el doble del valor de Z y el valor de Y es tres veces el valor de X, ¿cuál es el número XYZ?**
- A. 261
 - B. 123
 - C. 457
 - D. 987

Respuesta: A.

Se puede hacer por descarte. Pero se puede probar que 261 es el único número que cumple con esas proporciones. Como Y es el triple que X y X es el doble que Z, Y es 6 veces Z. Si Z fuera más grande que uno, Y sería más grande que 9, el dígito más alto. Por ende, Z es 1, X es 2 y, por último, Y es 6.

Fuente: Erikthered, SAT examen de práctica sección matemática nivel intermedio

9. Un dado estándar es un cubo con entre uno y seis puntos en cada cara. La primera cara tiene un punto, la segunda cara tiene dos puntos, y así sucesivamente. Los puntos están dispuestos de modo que el número total de puntos en cada par de caras opuestas sea 7. Todas las siguientes imágenes podrían ser vistas de un dado estándar EXCEPTO:



Respuesta: D.

Se ve que el lado con 4 puntos está al lado del lado con 3 puntos. El enunciado aclara que el número total de puntos en cada par de caras opuestas debe ser 7, que sería imposible de lograr en un dado normal si el 4 está al lado del 3.

Fuente: Erikthered, SAT examen de práctica sección matemática nivel intermedio

10. **m, 2m, 4m, ...**

El primer término de la secuencia anterior es m , y cada término posterior es igual al doble del término anterior. Si m es un número entero, ¿cuál de los siguientes NO podría ser la suma de los primeros cuatro términos de esta secuencia?

- A. -25
B. -15
C. 45
D. 75

Respuesta: A.

Los primeros cuatro términos son m , $2m$, $4m$ y $8m$. La suma de ellos es $15m$. Como m es un número entero, $15m$ debe ser múltiplo de 15. La respuesta A es correcta ya que no es

múltiplo de 15.

Fuente: Erikthered, SAT examen de práctica sección matemática nivel intermedio

11. **Un autobús viaja a una velocidad constante a lo largo de un tramo recto de la carretera. La ecuación $d=30t$ da la distancia d , en metros desde un marcador de carretera, a la que estará el autobús t segundos después de pasar el marcador. ¿A cuántos metros del marcador estará el autobús 2 segundos después de pasar el marcador?**
- A. 30
 - B. 32
 - C. 60
 - D. 90

Respuesta: C.

Si en la ecuación t representa los segundos después de pasar el marcador, para obtener a cuantos metros estará el autobús del marcador 2 segundos después de pasarlo se debe reemplazar 2 en la ecuación donde corresponde a t y así obtener la distancia.

$$d=30 \times 2$$

$$d=60$$

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

12. **Para estimar la proporción de una población que tiene una determinada característica, se seleccionó una muestra aleatoria de la población. Según la muestra, se estima que la proporción de la población que tiene la característica es de 0,49, con un margen de error asociado de 0,04.**
- Basado en esta estimación y margen de error, ¿cuál de las siguientes es la conclusión más apropiada sobre la proporción de la población que tiene la característica?
- A. La proporción esté entre 0,45 y 0,53
 - B. La proporción es menor que 0,45
 - C. La proporción es exactamente 0.49
 - D. La proporción es mayor a 0,53

Respuesta: A.

La opción A es correcta. Se da que la estimación de la proporción de la población que tiene la característica es con un margen de error asociado de 0,04. Restando el margen de error de la estimación y sumando el margen de error a la estimación se obtiene un intervalo de valores plausibles para la verdadera proporción de la población que tiene la característica. Por lo tanto, es plausible que la proporción de la población que tiene esta característica esté entre 0,45 y 0,53.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

13. **Un objeto viaja a una velocidad constante de 12 centímetros por segundo. A esta velocidad, ¿cuál es el tiempo, en segundos, que le tomara al objetivo viajar 108 centímetros?**
- A. 9
 - B. 96

- C. 120
- D. 972

Respuesta: A.

Si el objeto viaja 108 centímetros a una velocidad de 12 centímetros por segundo, el tiempo de viaje se puede determinar dividiendo la distancia total por la velocidad. Esto resulta en una regla de tres simple donde

$$12 \text{ cm} = 1 \text{ segundo.}$$

$$108 \text{ cm} = x$$

$$108 \cdot 1/12 = 9$$

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

14. **Theo se pone el objetivo de correr al menos 24 kilómetros cada día para prepararse para un maratón. En un cierto día, Theo planea correr a una velocidad promedio de 4 kilómetros por hora. ¿Cuál es el mínimo de horas que Theo debe correr para cumplir ese día su objetivo diario?**
- A. 4
 - B. 6
 - C. 20
 - D. 24

Respuesta: B.

Dado que Theo planea correr a una velocidad promedio de 4 kilómetros por hora y quiere correr 24 km por día, se plantea la regla:

A. 4 km en 1 hora

B. 24 km en x horas

C. $X = 24 \cdot 1 / 4$

D. $X = 6$

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

15. **Sebastián alquila una carpa al costo de \$11 por día más un seguro de una única vez por \$10. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el costo total c, en pesos, para alquilar la carpa con el seguro por d días?**
- A. $c = 11(d+10)$
 - B. $c = 10(d+11)$
 - C. $c = 11d+10$
 - D. $c = 10d+11$

Respuesta: C.

El costo del alquiler será el costo por día multiplicado por la cantidad de días más el costo del seguro. Por ende, hay que multiplicar \$11 por d (la cantidad de días) y sumarle \$10 por el costo del seguro. La ecuación que representa esto es

$$c = 11d + 10$$

16. **La longitud, l, de una ballena blanca era 162 cm cuando nació y aumentó un promedio de 4.8 cm por mes los primeros 12 meses después de haber nacido. ¿Qué ecuación representa**

mejor esta situación, donde x es el número de meses después del nacimiento de la ballena y l es la longitud, en cm , de la ballena?

- A. $l = 162x$
- B. $l = 162x + 162$
- C. $l = 4.8x + 4.8$
- D. $l = 4.8x + 162$

Respuesta: D.

El aumento total en la longitud de la ballena, en centímetros, es 4.8 veces x . La longitud de la ballena, en centímetros, se puede encontrar sumando la longitud de la ballena al nacer, 162 centímetros, al aumento total de longitud. Por tanto, la ecuación que mejor representa esta situación es $l = 4.8x + 162$

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

17. **Compro un televisor cuyo precio de vidriera es \$57.000 y consigo un descuento del 10% con un voucher. Al llegar a la caja, el cajero me dice que sobre el total, incluyendo el descuento, puede hacerle un descuento del 15% si pago con una tarjeta determinada. ¿A cuánto pagué el total del televisor si pagué con esa tarjeta?**
- A. 43.605
 - B. 42.750
 - C. 40.600
 - D. 41.756

Respuesta: A.

El subtotal del televisor con el voucher es de $57.000 \times 0.9 = \$51.300$. Sobre este subtotal se aplica el 15% de descuento de la tarjeta, por lo que el precio pagado es $51.300 \times 0.85 = \$43.605$.

18. **El número de minutos de luz solar X , y el número de minutos sin luz solar, Y , en un día particular en Las Toninas se relacionan con la ecuación $X + Y = 1.440$. Si el día tiene 670 minutos de luz solar, ¿cuántos minutos sin luz solar tiene el día?**
- A. 670
 - B. 770
 - C. 1.373
 - D. 1.400

Respuesta: B.

Sustituir 670 por X en la ecuación $X + Y = 1.440$ da como resultado $670 + Y = 1.440$. Por lo tanto $y = 1440 - 670$, produce $y = 770$. Por lo tanto, este día tiene 770 minutos sin luz diurna.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

19. **Victoria seleccionó 20 empleados al azar de los 400 empleados de una empresa. Encontró que 16 de los empleados de esta muestra están inscritos en exactamente tres cursos de desarrollo profesional este año. Según el hallazgo de Victoria, ¿cuál de las siguientes es la mejor estimación del número de empleados de la empresa que están inscritos en exactamente tres cursos de desarrollo profesional este año?**

- A. 4
- B. 320
- C. 380
- D. 384

Respuesta: B.

Dado que el 16 es el 80% de 20, se deduce que el 80% de los empleados de la muestra están inscritos en exactamente tres cursos de desarrollo profesional este año. Por lo tanto, la mejor estimación para el porcentaje de empleados de toda la empresa que están inscritos en exactamente tres cursos de desarrollo profesional este año es del 80%. Se indica que la empresa cuenta con un total de 400 empleados. Por lo tanto, la mejor estimación del número de empleados que están inscritos en exactamente tres cursos de desarrollo profesional este año es 320, es decir el 80%.

Fuente: College Board, examen de práctica SAT matemáticas.

20. En una sala de cine hay un total de 350 clientes. Cada cliente está ubicado en el teatro A, el teatro B o el teatro C. Si uno de estos clientes se selecciona al azar, la probabilidad de seleccionar un cliente que esté ubicado en el teatro A es 0,48 , y la probabilidad de seleccionar un cliente que se encuentra en el teatro B es 0,24 . ¿Cuántos clientes se encuentran en el teatro C?
- A. 28
 - B. 40
 - C. 84
 - D. 98

Respuesta: D.

Si el 48% y 24% de los espectadores están en los teatros A y B respectivamente, el 27% restante debe estar en el teatro C. El 27% de 350 es 98.

Guía de estudio para eje temático Administración Pública Nacional

Contenido

- Constitución Nacional
- Código Electoral
- Ley Ética Pública
- Ley Procedimiento Administrativo
- Ley Administración Financiera

Links de interés:

[Constitución Nacional de la República Argentina, \(1994\)](#)

[Ministerio de Justicia, Ley Simple: Constitución Nacional](#)

[Ética en el Ejercicio de la Función Pública \(1999\)](#)

[Ministerio de Justicia, Ley Simple: Conflicto de intereses en contrataciones con el Estado](#)

[Ministerio de Justicia, Ley Simple: Regalos a funcionarios públicos](#)

[Código Electoral Nacional](#)

[Ley de Procedimiento Administrativo](#)

[Ley Simple: silencio administrativo](#)

[Ley de Administración Financiera](#)

Preguntas modelo

1. **¿Qué forma de gobierno adopta la Nación Argentina?**

- A. Representativa, Republicana y Federal
- B. Democrática, Popular y Federal
- C. Democrática, Republicana y Federal
- D. Democrática, Representativa y Republicana

Respuesta: A (Constitución Nacional art.1)

2. **¿Cuál es el mecanismo para reformar la Constitución Nacional?**

- A. A través de un decreto del presidente
- B. Por decisión del Poder Judicial
- C. Mediante la convocatoria a una Convención Constituyente
- D. Por una consulta popular sin intervención del Congreso

Respuesta: C (Constitución Nacional art. 30)

3. **¿Cuántos años dura el mandato de los senadores?**

- A. 4 años
- B. 6 años
- C. 8 años
- D. 2 años

Respuesta: B (Constitución Nacional art. 56)

4. **¿Cómo puede vetar el Poder Ejecutivo una ley?**

- A. No puede vetar
- B. Sólo puede vetar la ley en su totalidad
- C. Sólo puede vetar algunos artículos de las leyes
- D. Puede vetar total y parcialmente las leyes

Respuesta: D (Constitución Nacional art. 83)

5. **¿En qué circunstancias pueden las personas solicitar un hábeas corpus?**

- A. Cuando se viola su derecho a la privacidad
- B. Cuando desean impugnar una ley que consideran injusta
- C. Cuando se afecta su libertad física o son maltratadas mientras están detenidas
- D. Cuando buscan obtener una revisión rápida de cualquier sentencia judicial

Respuesta: C (Constitución Nacional art. 43)

6. **¿Qué constituye un distrito electoral en Argentina según el Código Electoral Nacional?**

- A. Cada departamento y comuna del país
- B. La Ciudad Autónoma de Buenos Aires y cada provincia
- C. Las subdivisiones de los municipios
- D. Las agrupaciones de electores según su domicilio

Respuesta: B (Código Electoral art. 39)

7. **Según el Código Electoral Nacional, ¿quién tiene la responsabilidad de designar a los fiscales en el proceso electoral?**

- A. El presidente de la Nación
- B. Los partidos políticos
- C. La Cámara Nacional Electoral
- D. Los votantes en cada distrito

Respuesta: B (Código Electora art. 56)

8. **¿Cuándo se considera positivo el silencio de la administración?**

- A. Cuando la administración emite una resolución expresa en el plazo previsto
- B. Cuando una norma exige una autorización administrativa para que los particulares puedan realizar una conducta y el plazo vence sin resolución expresa
- C. Cuando el plazo para la resolución expresa aún no ha vencido
- D. Cuando se trate de pretensiones que no sean autorizaciones y requieran que la Administración se pronuncie

Respuesta: B (Ley de procedimiento Administrativo art.10)

9. **¿Cuál es la restricción aplicable a los funcionarios que hayan intervenido en la privatización o concesión de empresas o servicios públicos?**

- A. No pueden trabajar en empresas privadas durante los tres años siguientes a su intervención
- B. No pueden participar en ningún tipo de actividad pública durante tres años
- C. Tienen prohibido actuar en los entes o comisiones reguladoras de las empresas o servicios privatizados durante tres años después de la última adjudicación en la que hayan participado
- D. Deben esperar cinco años para poder actuar en cualquier ente regulador relacionado con sus actividades anteriores

Respuesta: C (Ley de Ética Pública art. 14)

10. **¿Qué regla general se establece respecto a los funcionarios públicos y la recepción de obsequios?**

- A. Los funcionarios públicos pueden recibir obsequios siempre que no superen un valor determinado
- B. Los funcionarios públicos no podrán recibir regalos, obsequios o donaciones en ocasión del desempeño de sus funciones
- C. Los funcionarios públicos pueden recibir obsequios si son de cortesía diplomática, sin necesidad de registrarlos
- D. Los funcionarios públicos pueden recibir obsequios, siempre que los declaren ante la autoridad competente

Respuesta: B (Ley de Ética Pública art. 18)

11. **¿Cómo se prueba la calidad de elector para ejercer el derecho al voto según el Código Electoral?**

- A. Demostrando tener más de 16 años
- B. Mediante la inclusión del elector en el registro electoral
- C. A través de una certificación emitida por el Poder Ejecutivo
- D. Presentando el Documento Nacional de Identidad (DNI) el día de la elección

Respuesta: B (Código electoral art. 2)

12. **¿Cómo está conformado el sistema de control interno?**

- A. Por la Sindicatura General de la Nación y las unidades de auditoría externa
- B. Por la Sindicatura General de la Nación y las unidades de auditoría interna en cada

jurisdicción

C. Por la Auditoría General de la Nación y las unidades de control financiero

D. Por la Sindicatura General de la Nación y el Congreso de la Nación

Respuesta: B (Ley ADMINISTRACIÓN FINANCIERA Y DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DEL SECTOR PUBLICO NACIONAL art. 100)

13. **¿Quién es la autoridad de mesa en las elecciones según el Código Electoral Argentino?**

A. Un elector designado como presidente de la mesa

B. Un elector designado como presidente de la mesa y un vicepresidente nombrado para asistirlo

C. Un miembro de la Junta Electoral que supervisa el proceso de votación

D. Un delegado de cada partido político presente en la mesa

Respuesta: A (Código Electoral art. 72)

14. **¿Qué es un voto recurrido según el Código Electoral Argentino?**

A. Un voto emitido por un elector que no está registrado en el padrón electoral

B. Un voto cuya validez o nulidad es cuestionada por un fiscal

C. Un voto que contiene marcas en más de una opción electoral

D. Un voto que no fue emitido dentro del horario oficial de la elección

Respuesta: B (Código Electoral art. 101)

15. **¿Qué sanción le corresponde a un funcionario público que acepta dinero para firmar un expediente?**

A. Inhabilitación especial temporal sin prisión

B. Prisión y multa económica

C. Prisión e inhabilitación especial perpetua

D. Multa económica y suspensión de sus funciones

Respuesta: C (Ley de Ética Pública art. 31)

16. **¿Qué condiciones deben cumplirse para que un acto administrativo de alcance particular y uno de alcance general adquieran eficacia?**

A. El acto de alcance particular debe ser publicado en el Boletín Oficial y el de alcance general debe ser notificado al interesado

B. Ambos tipos de actos deben ser notificados al interesado y publicados en el Boletín Oficial

C. El acto de alcance particular debe ser notificado al interesado, y el de alcance general debe ser publicado en el Boletín Oficial

D. Ninguno de los actos necesita cumplir con un procedimiento específico para adquirir eficacia

Respuesta: C (Ley de procedimiento Administrativo art.10)

17. **¿Cuáles son los órganos rectores de los sistemas de control interno y externo del sector público nacional?**

A. La Auditoría General de la Nación para el control interno y la Sindicatura General de la Nación para el control externo

B. La Sindicatura General de la Nación para el control interno y la Auditoría General de la Nación para el control externo

C. El Ministerio de Economía para el control interno y la Auditoría General de la Nación para el control externo

D. La Secretaría de Hacienda para el control interno y el Tribunal de Cuentas para el control

externo

Respuesta: B (Ley de Administración Financiera art. 7)

18. ¿Qué organismos están incluidos en el art. 8 inciso a) de la Ley de Administración Financiera y de los Sistemas de Control del Sector Público Nacional?

- A. La Administración Nacional, conformada por la Administración Central y los Organismos Descentralizados
- B. Empresas y Sociedades del Estado
- C. Entes Públicos con autarquía financiera y personalidad jurídica propia
- D. Fondos Fiduciarios del Estado nacional

Respuesta: A (Ley de Administración Financiera art. 8)

19. ¿En cuál de los siguientes casos se considera que un acto administrativo es de nulidad absoluta e insanable?

- A. Cuando se dicta con errores menores de procedimiento
- B. Cuando careciere de causa por no existir o ser falsos los hechos o el derecho invocado
- C. Cuando el acto administrativo tiene errores de ortografía
- D. Cuando el acto es emitido por una autoridad de menor rango que la requerida

Respuesta: B (Ley de procedimiento Administrativo art.14)

20. ¿Qué tipo de nulidades pueden tener los actos administrativos?

- A. Absoluta o relativa
- B. Absoluta o contundente
- C. Relativa o contundente
- D. Absoluta o provisoria

Respuesta: A (Ley de procedimiento Administrativo art.14)

Recomendaciones para estudiar:

Te dejamos algunas recomendaciones para repasar normativa relevante sobre APN, se trata de herramientas con las que trabajamos a diario, solo están organizadas por los temas fundamentales que deberías priorizar para preparar tu examen, de acuerdo a la guía de estudio publicada en el sitio Web oficial del SEP.

Estas claves están basadas en los temas más comunes que se evalúan en exámenes sobre estas normativas:

1. Constitución Nacional (1994)

- Forma de gobierno: Representativa, republicana y federal (art. 1).
- Declaraciones, Derechos y garantías: con foco en el art. 14 y 75 inciso 22 (incorporación de tratados internacionales).
- Poderes del Estado: División y funciones principales de los poderes Legislativo, Ejecutivo y Judicial (arts. 44-120).
- Mecanismo de reforma constitucional: Procedimientos establecidos (art. 30).
- Derechos de protección judicial: Acción de amparo, hábeas corpus y hábeas data (art. 43).

2. Ley de Ética Pública (1999)

- Principios fundamentales: Transparencia, probidad y responsabilidad en el ejercicio de funciones públicas.
- Conflictos de interés: Restricciones a funcionarios en contrataciones públicas (art. 14).
- Regalos y obsequios: Prohibición de recibir regalos relacionados con el cargo (art. 18).
- Declaraciones juradas patrimoniales: Requisito y finalidad.

3. Código Electoral Nacional

- Sistema electoral: Distritos electorales, obligatoriedad del voto, y requisitos para votar (arts. 1-12).
- Autoridades electorales: Roles y designaciones (Junta Electoral, fiscales y presidentes de mesa).
- Voto: arts. 99-102.
- Campañas electorales: Límite de gastos y transparencia.

4. Ley de Procedimiento Administrativo

- Silencio administrativo: Casos en que se considera positivo o negativo (art. 10).
- Eficacia de los actos administrativos: Publicación y notificación como requisitos (art. 10).
- Nulidades administrativas: Causas de nulidad absoluta y relativa (art. 14 y 15).
- Recursos administrativos: Plazos y procedimientos para interponer recursos.

5. Ley de Administración Financiera

- Sistemas de control interno y externo: Funciones de la SIGEN y la AGN (art. 7).
- Ámbito de aplicación: Administración central, organismos descentralizados y empresas del Estado (art. 8).
- Régimen presupuestario: Principios para la ejecución del presupuesto público.

6. Ley Simple: Conflictos de Intereses

- Incompatibilidades: Restricciones para funcionarios públicos en contrataciones con el Estado.
- Declaraciones y transparencia: Obligación de declarar vínculos que puedan generar conflictos de interés.

7. Ley Simple: Regalos a funcionarios Públicos

- Prohibiciones específicas: Situaciones en las que se aplica la prohibición.

- Excepciones: Ejemplos de regalos que pueden aceptarse y los procedimientos para registrarlos.

8. Ley Simple: Silencio Administrativo

- Interpretación del silencio: Plazos para la resolución expresa y cuándo se considera favorable al ciudadano.

EJERCICIOS OFRECIDOS PARA PRACTICAR MÁS (MATEMÁTICAS)

CONVENIOS
COLECTIVOS



Módulo 1



UNIDAD V

MAGNITUDES DE LONGITUD, PESO,
CAPACIDAD, SUPERFICIE Y VOLUMEN

La administración del dinero, el empleo del tiempo, la delimitación de espacios, la preparación de comidas, la indicación de medicamentos, la confección de vestimenta son ejemplos de actividades donde se necesita medir.

La medición está relacionada con la comparación entre 2 magnitudes del mismo tipo. Cuando decimos que el agua hierve a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, que el diámetro de la moneda de \$2 es de 16,2 mm, que el peso de la moneda de \$2 es de 2 g (se lee 2 gramos), que el alto de un billete de \$100 es de 6,6 cm estamos midiendo considerando diferentes unidades.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) En algunas recetas para preparar comidas que vienen impresas en los paquetes de alimentos, nos aclaran que podemos mezclar 100 g de harina o su equivalente a una taza de té al ras. ¿Cuántos kilos de harina hay en 5 tazas de té?
- b) Para preparar un bizcochuelo podemos mezclar 120 cm^3 de leche o 12 cucharadas soperas, ¿cuántos cm^3 hay en una cucharada sobera?
- c) Los jarabes o medicamentos líquidos vienen con un dosificador pero es útil recordar que las cucharitas de café contienen aproximadamente 3 ml, las de postre 5 ml y las soperas 10 ml. ¿Cuántas cucharadas de postre tengo que llenar con el jarabe si me corresponde una dosis de 15 ml? ¿Y cuántas cucharadas de café?
- d) Si el perímetro de un campo de forma cuadrada es de 20 km, calcule el lado del campo.
- e) ¿Cuántas cerámicas de 15 cm por 30 cm habrá que comprar para colocar un piso cuadrado de un patio de 390 cm de lado?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a) Si en una taza de té al ras hay 100 gramos podemos quintuplicar y obtenemos 500 g, que es la mitad de 1 kg. Por lo tanto, 5 tazas de té al ras equivalen a $1/2$ kg de harina.



b) Podemos razonar a partir de dividir $120 : 12 = 10$, por lo tanto en una cucharada sopera hay 10 cm^3 de leche.

c) Si solamente dispongo de cucharitas de café, debo tomar 5 porque al quintuplicar su contenido llego a los 15 ml indicados. En cambio, si tengo cucharas de postre tengo que tomar sólo 3, porque al triplicar 5 ml llego a los 15 ml recetados.

d) Si la suma de los 4 lados es 20 km, cada lado es igual al otro por ser un cuadrado, es decir que cada lado mide 5 km.

e) Primero nos fijamos en cuántas cerámicas entran a lo ancho, $390 \text{ cm} : 30 \text{ cm} = 13$ cerámicas. Luego nos fijamos cuántas entran a lo alto, $390 \text{ cm} : 15 \text{ cm} = 26$ cerámicas. Por lo que el patio lo cubriremos con $13 \cdot 26 = 338$ cerámicas.

SIMELA Y DECIMALES

En 1972 se adoptó el SIMELA (Sistema Métrico Legal Argentino) y la Ley 19.511 establece su uso obligatorio. El SIMELA deriva del sistema métrico francés, creado en 1790, pocos años después de la Revolución Francesa ante el reclamo popular de una única unidad justa de medición. El sistema métrico decimal se veía como un símbolo de la victoria sobre el feudalismo y poco a poco fue aceptado paulatinamente por la sociedad francesa. La influencia de las ideas de la Revolución Francesa en el mundo occidental llevó a su aceptación en la mayoría de las sociedades, con excepción de Inglaterra y Estados Unidos que conservan el sistema inglés. Este sistema es métrico porque la unidad es el metro y también decimal, porque las reducciones a diferentes unidades se hacen de 10 en 10.

Con respecto al tiempo, hay unidades que se agrupan de a 10 como las décimas de segundo, las décadas, los siglos, los milenios y otras de a 60 como los minutos y los segundos.

Magnitud	Unidad
Longitud	metro
Peso	gramo
Capacidad	litro
Superficie	metro cuadrado
Volumen	metro cúbico

A partir de las unidades principales de longitud, peso y capacidad se generan nuevas unidades que son múltiplos o submúltiplos de 10.

En las unidades de peso, el gramo es la unidad, el kilogramo es igual a 1000 gramos y el decigramo, la décima parte del gramo.

Los símbolos de las unidades se escriben en general en minúscula, mantienen para el plural la misma forma del singular (no se agrega "s") y se escriben sin punto (porque no son abreviaturas).

MEDIDAS DE LONGITUD

La unidad es el metro, sus submúltiplos son el decímetro (dm), el centímetro (cm) y el milímetro (mm)

$$m > dm > cm > mm$$

Para pasar de m a dm, multiplicamos por 10, porque 1m son 10 dm

$$5 m = 50 dm$$

De 1m a cm, multiplicamos por 100, porque 1m son 100cm

$$3 m = 300 cm$$

En cuanto a los múltiplos, éstos son decámetro (dam), hectómetro (hm) y kilómetro (km)

$$dam < hm < km$$

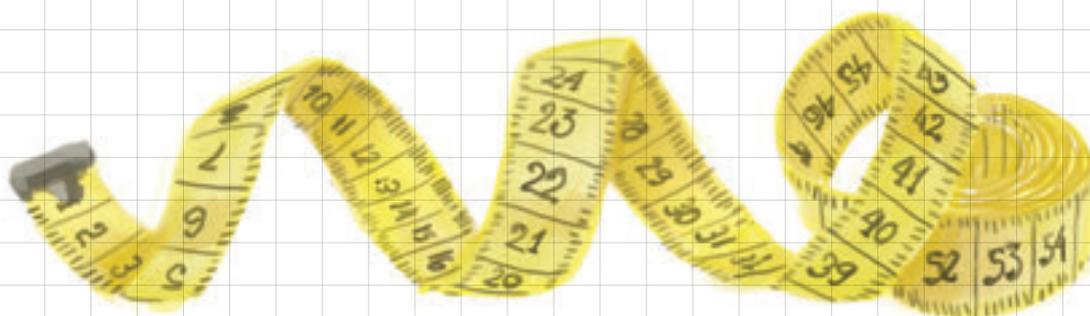
Para pasar de m a dam dividimos por 10.

De m a hm dividimos por 100.

$$786 m = 7,86 hm$$

De m a km, dividimos por 1000

$$1586 m = 1,586 km$$



✘ ACTIVIDAD

1) De una tela de 24 m se ha vendido la mitad y luego la tercera parte del resto

a) ¿Cuántos metros restan?

b) ¿Y cuántos centímetros?

2) Al caminar, los pasos de un niño son aproximadamente de 30 cm, ¿cuántos pasos debe dar para recorrer 300 m?

MEDIDAS DE PESO

La unidad es el gramo, sus submúltiplos son el decigramo (dg), el centigramo (cg) y el miligramo (mg)

$$g > dg > cg > mg$$

Para pasar de g a dg, multiplicamos por 10

$$45 g = 450 dg$$

De 1 g a cg, multiplicamos por 100

$$18 g = 1.800 cg$$

En cuanto a los múltiplos, decagramo (dag), hectogramo (hg), kilogramo (kg), miriagramo (mag), quintal (q), tonelada (t)

$$dag < hg < kg < mag < q < t$$

Para pasar de g a dag dividimos por 10.

De g a hg, dividimos por 100

$$396 g = 3,96 hg$$

De g a kg, dividimos por 1000

$$12.576 g = 2.576 kg$$

De kg a g, multiplicamos por 1000

$$3,546 \text{ kg} = 3.546 \text{ g}$$

De t a kg multiplicamos por 1000

$$2 \text{ t} = 2.000 \text{ kg}$$

MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad es el litro y sus submúltiplos son el decilitro (dl), el centilitro (cl) y el mililitro (ml)

$$l > dl > cl > ml$$

Para pasar de l a dl, multiplicamos por 10

$$10 \text{ 72 l} = 720 \text{ dl}$$

De 1 l a cl, multiplicamos por 100

$$7 \text{ l} = 700 \text{ cl}$$

En cuanto a los múltiplos, decalitro (dal), hectolitro (hl) y kilolitro (kl)

$$dal < hl < kl$$

Para pasar de l a dal dividimos por 10.

De l a hl, dividimos por 100

$$96 \text{ l} = 0,96 \text{ hl}$$

De l a kl, dividimos por 1.000

$$3576 \text{ l} = 3,576 \text{ kl}$$

De kl a l, multiplicamos por 1.000

$$56,725 \text{ kl} = 56.725 \text{ l}$$

✘ ACTIVIDAD

3) Indique qué unidades serían adecuadas para medir:

- a) La distancia entre las Termas de Río Hondo y Puerto Madryn
- b) El peso de una semilla
- c) La estatura de una persona
- d) El peso de un perro
- e) La capacidad de un balde
- f) El área de una cancha de fútbol
- g) El área sembrada de un campo

4) Responder:

- a) ¿Cuántos kg son 7.200 g?
- b) ¿Cuántos l son 3.000 ml ?
- c) ¿Cuántos km son 8.000 m?
- d) ¿Cuántos cm son 2,5 m?

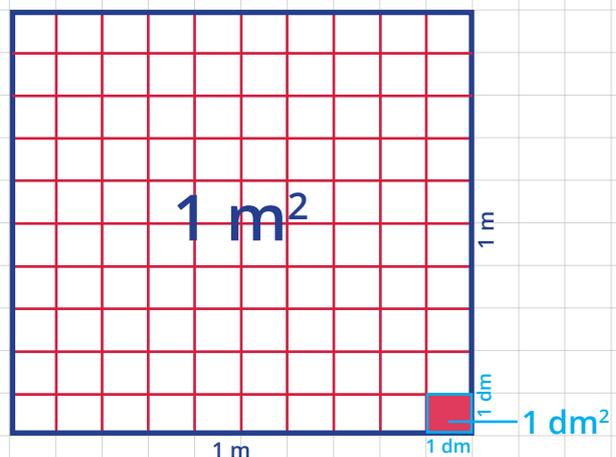
5) Una máquina consume 0,3 l de combustible por hora. Si estuvo funcionando 10 horas, ¿cuánto combustible consumió?

6) Para prevenir el cólera, se recomienda mezclar 2 gotas de lavandina por 1 litro de agua y dejarla en reposo hasta media hora antes de consumirla. Se decide preparar una olla y para eso se toma 1 botella vacía de agua de 1,5 l, la cual se llena y se vuelca en la olla y así sucesivamente 4 veces. ¿Cuánta agua hay en la olla? y ¿Cuántas gotas de lavandina se deben colocar?

MEDIDAS DE ÁREA

La unidad de las medidas de área es el metro cuadrado (m^2), es el área que cubre un cuadrado de un metro de lado. La unidad es el metro cuadrado (m^2), sus submúltiplos son el decímetro cuadrado (dm^2), el centímetro cuadrado (cm^2) y el milímetro cuadrado (mm^2).

$$m^2 > dm^2 > cm^2 > mm^2$$



Para pasar de m^2 a dm^2 , multiplicamos por 100. Por ejemplo:

$$12 m^2 = 1.200 dm^2$$

Para pasar de $1 m^2$ a cm^2 , multiplicamos por 10.000. Por ejemplo:

$$8 m^2 = 80.000 cm^2$$

En cuanto a los múltiplos, decámetro cuadrado (dam^2), hectómetro cuadrado (hm^2), kilómetro cuadrado (km^2),

$$dam^2 < hm^2 < km^2$$

Para pasar de m^2 a dam^2 dividimos por 100 ó 10^2 . De m^2 a hm^2 , dividimos por 10.000 ó 10^4 .

$$4.876 m^2 = 0,4876 hm^2$$

Para pasar de m^2 a km^2 , dividimos por 1.000.000 ó por 10^6 . De km^2 a m^2 , multiplicamos por 1.000.000 ó por 10^6 .

$$86,725 km^2 = 86.725.000 m^2$$

Estas medidas se emplean para considerar áreas de terrenos para plantar y cosechar, para embaldosar pisos o pintar paredes y para medir telas en la confección de prendas.

MEDIDAS AGRARIAS

Es común expresar las medidas de la superficie de los campos mediante las medidas agrarias:

$$\text{hectárea (ha)} = 1 ha = 1 hm^2 = 10.000 m^2$$

$$\text{área (a)} = 1 a = 1 dam^2 = 100 m^2$$

$$\text{centiárea (ca)} = 1 ca = 1 m^2 = 1 m^2$$

MEDIDAS DE VOLUMEN

La unidad es el metro cúbico (m^3), volumen que ocupa un cubo que tiene 1 metro de arista. Sus submúltiplos son: el decímetro cúbico (dm^3), el centímetro cúbico (cm^3) y el milímetro cúbico (mm^3):

$$m^3 > dm^3 > cm^3 > mm^3$$

Para pasar de m^3 a dm^3 , multiplicamos por 1.000:

$$7,5 \text{ m}^3 = 7.500 \text{ dm}^3$$

De m^3 a cm^3 , multiplicamos por 1.000.000:

$$8 \text{ m}^3 = 8.000.000 \text{ cm}^3$$

En cuanto a los múltiplos, decámetro cúbico (dam^3), hectómetro cúbico (hm^3) y kilómetro cúbico (km^3):

$$\text{dam}^3 < \text{hm}^3 < \text{km}^3$$

Para pasar de m^3 a dam^3 dividimos por 1.000 ó por 10^3

De m^3 a hm^3 , dividimos por 1.000.000 ó por 10^6

De m^3 a km^3 , dividimos por 1.000.000.000 ó por 10^9

Estas medidas se emplean para calcular el volumen de una habitación, un galpón, el volumen de una piscina, de una botella, el contenido de un silo, etc. También sirven para medir los materiales de construcción como m^3 de arena o de piedra, el volumen de gas para consumo domiciliario y el del aire para una habitación.

✘ ACTIVIDAD

7) ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para cubrir 1 m^2 ?

8) El reglamento de fútbol de nuestro país indica que para partidos que no sean internacionales: el largo máximo de la cancha es de 120 m y el mínimo de 90 m y el ancho un máximo de 90 m y el mínimo de 45m. ¿Cuál es el área mínima y máxima del terreno de fútbol?

9) ¿Cuántos m^2 son el 30% de 270 ha?

10) Compare el perímetro y el área de 2 rectángulos. El rectángulo A es de 1000 m por 0,1 m y el rectángulo B es un cuadrado de 500 m de lado.



11) Por un cable de cobre de 12 dm pagué \$96,
¿Cuánto cuesta el metro de cable?

12) Una leche en polvo maternizada se acompaña de una cuchara dosificadora cuyo contenido es la dosis de leche (5 gramos) por cada 30 cm³ de agua. Si la mamadera es de 60 cm³, ¿Cuántos gramos de leche se agregan al agua si quiero preparar una mamadera llena?

13) Si las aristas de un dado miden 1 cm,
¿Cuántos dados se pueden apilar en 1 m³?



RELACIÓN ENTRE LAS MEDIDAS DE CAPACIDAD, PESO Y VOLUMEN

Si un cubo de 1 dm de arista se llena de agua y lo pesamos, se observa en la balanza que pesa 1 kg (descontando el peso del envase que lo contiene). La capacidad de dicho envase es de 1 litro.

Entonces:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ kl} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ ml} = \text{cm}^3$$

MEDIDAS DE TIEMPO

El tiempo se mide en segundos (s), minutos (min), horas (h) y días (d). Las equivalencias entre estas unidades son:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3.600 \text{ s}$$

$$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86.400 \text{ s}$$



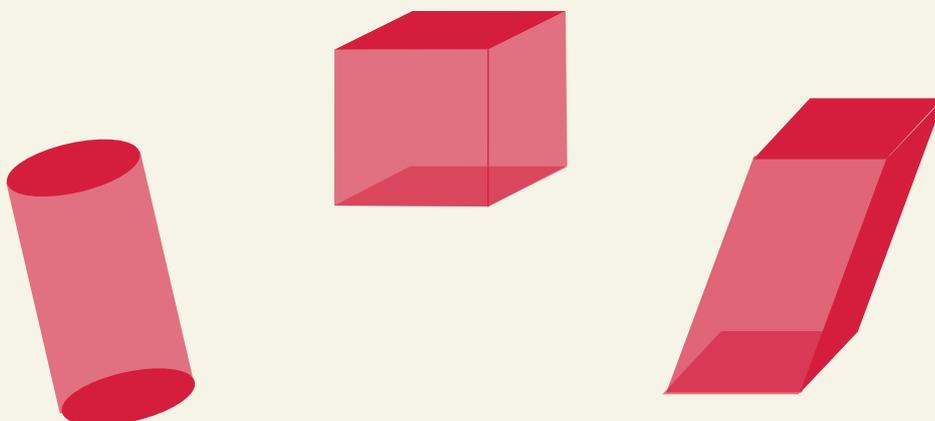
MÁS INFORMACIÓN...

El origen de la geometría

Los historiadores griegos ubican el nacimiento de la geometría en Egipto y atribuyen a los habitantes del valle del Nilo la invención de esta ciencia. Las periódicas inundaciones del célebre río obligaron a los egipcios a estudiar Geometría porque una vez terminado el período de la gran crecida, cuando las aguas volvían a su curso normal, era necesario volver a repartir las tierras a sus dueños. La pequeña franja de tierra, rica y fértil, era disputada por muchos interesados; se realizaban las mediciones en forma rigurosa para que cada uno, sin perjudicar a nadie, recuperase la posesión de sus dominios.

La matemática de los caldeos

La geometría de los caldeos y asirios tenía un carácter esencialmente práctico y era utilizada en los diversos trabajos rudimentarios de la agrimensura. Para determinar las áreas, sabían descomponer correctamente un terreno irregular en triángulos, rectángulos y trapecios. Llegaron también (¡3000 años antes de Cristo!) a calcular el volumen del cubo, del paralelepípedo y, posiblemente, del cilindro.



✘ ACTIVIDAD

14) Discuta con sus compañeros el significado de los siguientes términos:

Nudos

Quintales

Galones

Quilates

Libras

Onzas

Año luz

Yarda

Pulgada

Vara

Legua

Milla

RECOMENDACIONES

Si en el Centro Educativo FinEs disponen de un reproductor de DVD, le sugerimos ver con el resto de sus compañeros y acompañados por su tutor el siguiente video:

6. Capítulo: Áreas y perímetros de cuerpos y figuras planas.

También lo pueden consultar en la siguiente página:

<http://fines.educacion.gov.ar/modulos/matematica>

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

15) Un campo rectangular de 30 m de largo por 1,5 hm de ancho se reparte entre 3 socios de la siguiente forma: el socio A recibe los dos tercios del total, el B 9 áreas y el C, el resto.

- a) ¿Cuántos m^2 tiene el campo?
- b) ¿Cuántas áreas tiene el socio A?
- c) ¿Y cuántas el socio C?

16) 5 obreros tienen que transportar $5,25 m^3$ de arena en baldes de $25 dm^3$ de volumen. ¿Cuántos viajes realiza cada obrero?

17) En un depósito de agua desagotan 2 caños que aportan 38 l y 42,5 l por minuto respectivamente. ¿Cuál es la cantidad de agua a la media hora de abrirse los caños?

18) El dueño de 2 terrenos contiguos, uno de 5 ha y otro de 24,5 ha de superficie los vende de esta forma: el 40 % de la superficie total a \$150 el m^2 y el resto a \$165 el m^2 . ¿Cuál es el importe total de la venta de ambos terrenos?

19) Si el perímetro de 1 campo rectangular es de 2.600 m, sabiendo que el largo es 300 m, calcule el área del mismo.

20) El área de un campo cuadrado es de $14.400 km^2$.

- a) Calcule el lado del campo.
- b) Si es necesario alambrrarlo con 4 vueltas, ¿cuántos metros de alambre se necesitan?

21) En un campo rectangular, el área es de $1.000 km^2$; calcule la medida de un lado sabiendo que el otro mide 2000 dam.

- 22) Un terreno rectangular de 500 m de largo por 4 hm de ancho se vende a \$800 la ha. ¿Cuánto vale el terreno?
- 23) El dueño de una estancia de 100 ha vendió 8 lotes de 2.000 m² cada uno. ¿Qué superficie de área le quedó sin vender?
- 24) Paula quiere azulejar su cocina comprando azulejos cuadrados de 15 cm de lado. Si la pared mide 3m de largo y 300 cm de alto, ¿cuántos azulejos debe comprar?
- 25) Una pileta de natación tiene 20 m de largo, 900 cm de ancho y una profundidad de 120 cm llenándose a 18 kl por hora. ¿Cuánto tarda en llenarse?
- 26) El perímetro de un patio cuadrado es de 20 m. Calcule el lado y luego el área.
- 27) En un marco de forma rectangular la base mide 45 cm y la altura es la tercera parte de la base. Calcule el perímetro del marco.
- 28) Calcule el área de un patio rectangular que tiene 12,8 m de largo por 640 cm de ancho. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para embaldosarlo?
- 29) ¿Cuál es el ancho de un piso rectangular cuya área es de 12 m², si tiene 3 m de largo?
- 30) Se cultiva un campo de forma rectangular cuyo largo es de 800 m y cuyo ancho, 1000 m. El dueño divide el campo en 4 partes iguales. ¿Cuántas áreas tiene cada parte?
- 31) ¿Cuántos litros de agua se necesitan para llenar el 40% de la capacidad de un tanque de 6 m³?

ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO

La línea construcción del Plan PRO.CRE.AR. (Programa Crédito Argentino) Bicentenario está destinado para aquellas familias que cuenten con un terreno propio o de un familiar directo y que deseen acceder a un crédito hipotecario para la construcción de una vivienda única, familiar y de ocupación permanente.

Asimismo, en caso que los interesados tengan la posibilidad de comprar un terreno, pueden inscribirse al sorteo y adquirirlo luego de salir sorteado para comenzar el proceso de tramitación del crédito hipotecario.

La construcción de la vivienda puede ser en base a un proyecto propio o de alguno de los prototipos de vivienda que pone a disposición el Programa. Esta línea de PRO.CRE.AR financia únicamente la construcción de la vivienda. Se puede contratar un maestro mayor de obra, un ingeniero o un arquitecto para que adapte los modelos constructivos al terreno y lo firme para presentarlo en el municipio.

Se quiere calcular la cantidad de m² que podrán construirse en la vivienda, sabiendo que el ingreso neto de la familia es de \$8.000; por lo cual según el calculador de la página de ANSES acceden a un crédito de \$270.000 a pagar en cuotas mensuales de \$1.012,59 durante 30 años.

Si un maestro mayor de obra de la familia les cobra el m² cubierto \$3.000

a) ¿De cuántos m² podrá construirse la vivienda?

b) Si la cuota mensual a pagar del crédito hipotecario puede cubrir hasta el 40% del ingreso neto familiar, ¿hasta qué valor podría tener la cuota si el ingreso neto familiar es de \$8.000?

Módulo 2



UNIDAD I

OPERACIONES PARA ABORDAR
LAS ECUACIONES



PARA DISPARAR IDEAS

El tamaño de la pantalla de un televisor se expresa mediante pulgadas. Se habla de televisores de LCD o plasmas de 21, 22, 23, 24, 32 hasta 40, 42 y 50 pulgadas; este valor alude a la medida de la diagonal de su pantalla.

- a) Sabiendo que 1" (se lee "una pulgada") equivale a 2,54 cm, averigüe la medida en cm de la diagonal de la pantalla de un televisor de 21 pulgadas.
- b) Si la base de esa pantalla es de 30 cm y la altura aproximadamente es de 44 cm, ¿cuál es el área de la pantalla?
- c) La fórmula que permite calcular la medida de la diagonal en cm es $D = 2,54 \cdot P$ donde P es la medida de la diagonal en pulgadas. Calcule el valor de la diagonal en cm, si la diagonal de la pantalla es de 32".
- d) Si la diagonal de otro televisor mide 58,42 cm, ¿de cuántas pulgadas es?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a) La medida en cm de la diagonal de la pantalla de un televisor de 21 pulgadas es aproximadamente de 53 cm.
- b) La superficie es de 1320 cm².
- c) Si $D = 2,54 \cdot P$, reemplazamos y obtenemos $D = 2,54 \cdot 32 = 81,28$ cm.
- d) Si la diagonal de otro televisor mide 58,42 cm, es de 23 pulgadas.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

El papiro matemático Rhind es el escrito más antiguo que ha llegado a nuestros días y se descubrió a mediados del siglo XIX en Tebas (Egipto). Este papiro resultó ser la obra de un escriba llamado Ahmose o Ahmés, quien lo escribió en el siglo XVI a. C., hace más de 3.600 años; se dice que Ahmose o Ahmés lo copió de otra obra escrita en el siglo XIX a. C.

En este papiro se incluye el viejo acertijo: "Hay 7 casas con 7 gatos cada una, sabiendo que cada gato come 7 ratones y cada ratón se ha comido 7 espigas de trigo y cada espiga de trigo produce 7 arrobas de trigo. ¿Cuántas arrobas de trigo se han perdido?"

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Primero se puede calcular que hay 7 gatos por casa, un total de 49 gatos. Los 49 gatos se comieron 7 ratones cada uno, por lo cual hay 343 ratones muertos, los cuáles se habrían comido cada uno 7 espigas de trigo, es decir 2.501 espigas; las que hubieran producido cada una 7 arrobas de grano de trigo, es decir 16.807 arrobas. Se concluye que se han perdido 16.807 arrobas de trigo.

Una forma más sencilla es plantear las multiplicaciones parciales sucesivamente: $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 16.807$ pudiéndose expresar 7^5 , lo cual significa que se multiplica la cantidad 7 tantas veces como lo indica el exponente 5. Esta operación se llama **potenciación**. En una calculadora científica se hace de la siguiente manera:



En el acertijo de los gatos egipcios, el término **arroba** proviene del árabe (ar-rub) y designa una antigua unidad de medida. Los gatos eran adorados por los egipcios y decían que tienen 7 vidas.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

LECTURA DE POTENCIAS

La potencia primera de un número natural es igual al mismo número: $8^1 = 8$. En el siglo XII el matemático hindú Bhaskara usó la inicial de la palabra cuadrado para indicar la potencia 2. Actualmente se continúa nombrando así. De la misma manera 5^3 se lee como "cinco al cubo". A su vez, 3^4 se lee como "tres a la cuarta", 6^5 se lee como "seis a la quinta", y así sucesivamente.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potencia 0 de un número cualquiera, **diferente de 0**, es igual al número 1. Ejemplo: $27^0 = 1$

La **propiedad conmutativa no vale para la potenciación de números naturales**, porque por ejemplo $5^2 = 25$ no es igual que $2^5 = 32$.

Aunque no se cumplan esas propiedades, es posible agilizar la potenciación, por ejemplo utilizando la **propiedad distributiva de la potenciación respecto del producto**, de la siguiente manera:

$$(7 \cdot 3)^2 = (21)^2$$
$$7^2 \cdot 3^2 = 49 \cdot 9 = 441$$

• La **propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la división** es de la siguiente manera:

$$(10 : 2)^3 = 10^3 : 2^3 = 1000 : 8 = 125$$
$$(10 : 2)^3 = 5^3 = 125$$

• El **producto de potencias de igual base** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 = 256$$

• El **cociente de potencias de igual base** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la resta de los exponentes de las potencias dadas:

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

- Toda potencia de otra potencia es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es el producto de los exponentes de las potencias dadas:

$$(2^2)^3 = 2^6 = 64$$

✘ ACTIVIDAD

1) Calcule las siguientes operaciones:

a) $7^2 =$

b) $3^2 + 2^3 =$

c) $3^4 - 4^3 =$

d) $(12 - 7)^2 =$

e) $6^2 + 8^2 =$

2) Realice las siguientes operaciones:

a) $4 \cdot 5^2 + 2^3 - 3^3 =$

b) $1^7 + 20 : 2 - 3^2 =$

c) $45^0 + (2 \cdot 5)^2 =$

d) $54^0 + 2 \cdot 52 =$

3) La distancia media aproximada del planeta Mercurio al Sol es de 58.000.000 kilómetros, es decir, 58 millones de kilómetros. También se puede escribir utilizando la "notación científica": $58.000.000 = 5,8 \times 10^7$
Escriba las siguientes distancias medias aproximadas en notación científica:

a) Del planeta Tierra al Sol: 150.000.000 kilómetros.

b) Del planeta Marte al Sol: 228.000.000 kilómetros.

4) Aplique las propiedades para agilizar el cálculo:

a) $3^3 \cdot 3^0 \cdot 3^2 =$

b) $5^3 \cdot 5^2 : 5 =$

c) $(2^2)^3 : 2^5 \cdot (2^3)^2 =$

d) $(4^4 \cdot 4^2 : 4^3)^3 =$

e) $2^6 : 2^3 \cdot 2^0 =$

5) Escriba en palabras las siguientes operaciones. Por ejemplo: "cuatro al...". Luego resuelva.

a) $4^3 : 4^2$

b) $5^2 \cdot 5^3$

RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

$\sqrt[3]{8} = 2$ pues $2^3 = 8$. Se lee "la raíz cúbica de 8 es igual a 2 pues el cubo de 2 es 8". Cuando el índice es 2 no es necesario escribirlo: $\sqrt{9} = 3$ pues $3^2 = 9$. Se lee "la raíz cuadrada de 9 igual 3 ya que 3 al cuadrado es 9".

El primer matemático que utilizó el término "raíz cuadrada" fue Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, en el año 1220. El matemático Euler opinaba que el origen del símbolo del radical $\sqrt{\quad}$ fue la letra r (de raíz).

Estos cálculos típicos, son más fáciles de realizar con las teclas $\sqrt{\quad}$ ó $\sqrt[3]{\quad}$ que aparecen en algunos modelos de **calculadoras científicas**. Para calcular $\sqrt{16}$ se opera así:



PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

La raíz del número 1 con cualquier índice natural siempre es 1:

$$\sqrt[3]{1} = 1 \text{ pues } 1^3 = 1$$

$$\sqrt{1} = 1 \text{ pues } 1^2 = 1$$

La **propiedad conmutativa no vale para la radicación de naturales** porque, por ejemplo, $\sqrt[3]{8}$ no es igual que $\sqrt[3]{3}$.

La **propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división** es de la siguiente manera:

$$\sqrt{64:16} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$$

Toda raíz de otra raíz es igual a otra raíz del mismo radicando, cuyo índice es el producto de los índices de las raíces dadas: $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

CÁLCULOS COMBINADOS CON NATURALES

¿Cuánto es $4 + 3 \cdot 5$? Para resolverlo es necesario jerarquizar las operaciones, es decir, determinar qué operaciones deben hacerse primero. El segundo término está formado por la multiplicación $3 \cdot 5$, y esta debe resolverse primero, mientras que el 4 es el primer término, y esa suma se resuelve luego.

En otras operaciones combinadas más extensas, primero se resuelven los paréntesis y luego los corchetes; después, los exponentes y raíces, a continuación los productos y cocientes y finalmente las sumas y restas.

✘ ACTIVIDAD

6) Resuelva:

$$a) \sqrt{16} - \sqrt{9} =$$

$$b) \sqrt{16 + 9} =$$

$$c) 5^2 - 3^2 =$$

$$d) \sqrt{49} + 4^3 =$$

$$e) \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} =$$

7) Realice las siguientes operaciones:

$$a) 5^2 \cdot 2 + \sqrt{100} =$$

$$b) \sqrt{64} + \sqrt{36} =$$

$$c) \sqrt{64 + 36} =$$

$$d) 3 \cdot \sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{27} =$$

8) Resuelva separando en términos y respetando la jerarquía de las operaciones:

$$a) (6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 =$$

$$b) (120 : 6 - 14 : 7) : 6 + 5^0 =$$

$$c) (6 : 2 + \sqrt{81} \cdot 3) : (50 : 5) =$$

$$d) [(16 : \sqrt{16} + 6) : 5 + 10] : 2^2 =$$

SUPRESIÓN DE PARÉNTESIS

Cuando un paréntesis está precedido por un signo menos, podemos suprimirlo pero tenemos que cambiarle el signo a cada uno de los términos que están dentro del paréntesis.

Por ejemplo:

$$15 - (3 - 1) =$$

$$15 - 3 + 1 = 13$$

Otro ejemplo:

$$20 - (10 + 4 - 6) =$$

$$20 - 10 - 4 + 6 = 12$$

PROPIEDAD CANCELATIVA

Si en un cálculo se suma y se resta un mismo número, el resultado no varía. Por lo tanto, se los puede cancelar.

Por ejemplo:

$$10 + \cancel{3} - \cancel{3} + 4 = 10 + 4$$

Si en una operación, se multiplica y se divide por el mismo número, el resultado no varía. Por lo tanto, se los puede cancelar.

Por ejemplo:

$$23 \cdot \cancel{8} : \cancel{8} = 23$$

✘ ACTIVIDAD

9) Suprima los paréntesis y luego cancele los términos adecuados:

- a) $(1 + 2 - 3) - (1 - 2 - 3) + (1 - 2) =$
- b) $(13 + 1 - 2) - (8 + 1) + (2 + 8) - 10 =$
- c) $(10 + 5) + (20 + 7) - (3 + 10) - (2 + 20) =$

10) Suprima los paréntesis y luego cancele los factores adecuados:

- a) $10 \cdot 4 : 4 =$
- b) $(6^2 : 4 - 20 : 2^2) \cdot 2^3 : 8 =$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) La suma de las edades de mis 2 cuñadas es 100. Si una tiene 48, ¿cuántos años tiene la otra?
- b) El triple de un número más el doble del mismo número es igual que 30. ¿Cuál es ese número?
- c) En esta empresa las horas extras trabajadas en feriados se pagan el doble de lo habitual. Trabajé 130 horas en el mes pero 10 son horas extras y cobré un total de \$2.800, ¿cuánto me pagan por hora extra?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

Las situaciones anteriores se pueden resolver por tanteo, haciendo pruebas con distintos números. Utilizaremos ecuaciones para avanzar en la construcción de los saberes matemáticos.

a) Si la suma de las edades de mis cuñadas es 100 y una de ellas tiene 48, podemos calcular la edad de la otra restando $100 - 48 = 52$. Pero también podría plantearse de esta forma: si se llama x a la edad desconocida, se puede escribir en lenguaje simbólico:

$$x = 100 - 48 = 52$$

b) Llamando x al número desconocido se puede plantear:

$$\begin{aligned}3 \cdot x + 2 \cdot x &= 30 \\5 \cdot x &= 30 \\x &= 6\end{aligned}$$

c) Si trabajé 130 horas en el mes de las cuales 10 son horas extras, las otras horas son 120. Como esas 10 horas extras cuentan como dobles, puedo considerar que son 20 horas; podemos plantear entonces que trabajé 140 horas, entonces $2800 : 140 = 20$

Por lo tanto cada hora se paga \$20, y cada hora extra se paga \$40.

Si se llama x al valor de la hora, se podría plantear:

$$\begin{aligned}120 \cdot x + 20 \cdot x &= 2.800 \\140 \cdot x &= 2800 \\x &= 2800 : 140 = 20\end{aligned}$$

ECUACIONES

PASAJE DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL SIMBÓLICO

El **lenguaje coloquial** es el que usamos en matemática cuando expresamos una idea en palabras. En algunas ocasiones es conveniente traducir esas palabras a símbolos para trabajarlos matemáticamente. Si llamamos x a un número cualquiera:

El triple de un número será $3 \cdot x$

La mitad de un número será $x : 2$

✘ ACTIVIDAD

11) Escriba en símbolos cada expresión utilizando la letra x .

- a) La mitad de un número natural.
- b) La suma entre un número y su cuadrado.
- c) La diferencia entre un número y su cubo.
- d) El anterior de un número natural.
- e) El quíntuplo de un número natural.

12) Traduzca del lenguaje coloquial al simbólico utilizando la letra n .

- a) El triple de un número.
- b) El siguiente de un número natural.
- c) El cuadrado de un número natural.
- d) La cuarta parte de un número natural.
- e) El cubo del anterior de un número natural.
- f) El anterior del cubo de un número natural.

ECUACIONES E IGUALDADES

Una ecuación es una igualdad con variables que se verifica para determinados valores de esas variables.

Por ejemplo, en la ecuación $x + 3 = 7$ se dice que $x + 3$ es el primer miembro y 7 el segundo. Esta ecuación se verifica para el valor $x = 4$. Otro ejemplo, $Y^2 + 1 = 10$ es una ecuación cuyo conjunto solución está formada por $Y = 3$ o $Y = -3$.

✘ ACTIVIDAD

13) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades. Verifique.

a) $p + 2 = 2^3$

b) $y - 7 = 16$

c) $m \cdot 2 = 6$

d) $a : 5 = 4$

e) $x : 5 + 7 = 3^2$

f) $2p - 6 = \sqrt{16}$

g) $3 + x = 9$

h) $m - 5 = 6 + 2^3$

i) $6p = 30$

j) $t : 3 = 5$

k) $4b = 6^2$

l) $x^2 = 4^2 + 3^2$

m) $x^3 = \sqrt{36} + \sqrt{4}$

n) $\sqrt{x} = \sqrt{36} + \sqrt{4}$

14) Si al doble de mi edad le resto 40, obtengo 30. ¿Cuál es mi edad? Plantee en símbolos y resuelva. Verifique la solución hallada.

15) Suprima paréntesis, cancele y opere.

a) $(x + 16) - (x + 3) - (12 - x) = 4$

b) $2 \cdot 3^2 - (9 - m) + 3m - m + 10 = 5^2$

c) $x + 20 - (x - 6) - (10 - x) = 23$

16) Escriba en lenguaje simbólico, calcule y verifique.

a) ¿Qué número natural al cuadrado es 9?

b) ¿Qué número natural al cubo es 8?

c) La raíz cuadrada de un número natural es 7. ¿Cuál es ese número?

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON RACIONALES

El doble de un número es $\frac{3}{5}$. ¿Cuál es ese número? Planteamos:

$$2n = \frac{3}{5}$$

Luego se opera:

$$n = \frac{3}{5} : 2$$

$$n = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{3}{10}$$

Otro ejemplo: un número aumentado en $\frac{1}{4}$ es igual que $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es ese número? Planteamos:

$$n + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

Se opera:

$$n = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$n = \frac{4 - 3}{12}$$

$$n = \frac{1}{12}$$

Analice otra situación: el triple de un número más $\frac{2}{3}$ es igual que $\frac{5}{2}$. ¿Cuál es ese número?

$$3x + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

$$3x = \frac{5}{2} - \frac{2}{3}$$

$$3x = \frac{11}{6}$$

$$x = \frac{11}{6} : 3$$

$$x = \frac{11}{6} \cdot \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{11}{18}$$

✘ ACTIVIDAD

17) Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando propiedades. Si lo considera necesario pase los decimales a fracciones.

Verifique las soluciones halladas.

a) $\sqrt{x} = \frac{7}{10}$

b) $2x = \frac{3}{7}$

c) $x - 1 = 0,3$

d) $2x - 2 = \frac{1}{5}$

18) Halle el conjunto solución de las siguientes ecuaciones. Verifique.

a) $4x - 20 + \sqrt{36} = (-2) \cdot (-5)$

b) $2x + (-12) : (-2) = -2$

c) $-4x + \sqrt{25} = 4^2 + 5^0$

d) $-7x = 0$

e) $-7 + x = 0$

f) $7 + x = 0$

19) Plantee, resuelva y verifique las siguientes situaciones problemáticas:

a) Si a un número se le suma 10 se obtiene -12, ¿cuál es ese número?

b) Jorge pensó un número y le sumó el triple de -6 obteniendo por resultado -30. ¿Cuál es ese número pensado?

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

20) Resuelva teniendo en cuenta el orden adecuado de resolución de los cálculos combinados.

a) $[(\sqrt{64} \cdot \sqrt[3]{8} : 4)^2 : (2^2)^3]^2 =$ b) $[\sqrt[3]{64} \cdot (2^3 - \sqrt{36}) \cdot 3^2 : 6^2 \cdot 5 =$

c) $\sqrt[3]{64} + 3 \cdot (2 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{4}) + (7 - 5)^3 - 3^2 \cdot \sqrt{4} =$

21) Si se suma 9 al doble de un número se obtiene el triple disminuido en 7. ¿Cuál es dicho número?

22) Halle el conjunto solución de las siguientes ecuaciones. Verifique.

a) $4x + \sqrt{36} - 20 = 10$

b) $2x + 6 = 12$

c) $\sqrt{25} x + \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9} x + 3 \cdot (-2)^2 + 2^3$

d) $2x^2 - 45 = 5$

e) $x^2 - 1 = 3$

f) $5x^2 = 45$

23) El doble de un número más el triple de 6 es 24. Calcule dicho número.

24) El triple de un número menos el doble de 9 es -24.
Calcule dicho número.

25) La mitad de un número más el doble de -5 es -14. ¿Cuál es ese número? Verifique.

Módulo 2

UNIDAD IV

FUNCIONES

PARES ORDENADOS

Para ver un partido de la Copa del Mundo Brasil 2014 en un Club Social de Goya, provincia de Corrientes, se acomodaron las sillas en filas. Se armaron 20 filas de 50 sillas y cada uno debía sentarse según indicaba la fila y el número de silla de su entrada.

Supongamos que los primeros que llegaron tenían: fila 1, silla 5; fila 2, silla 3; fila 4, silla 5; fila 4, silla 7; fila 5, silla 4 y fila 6, silla 8. Señalaremos estas ubicaciones de la siguiente manera:

	Silla 1	Silla 2	Silla 3	Silla 4	Silla 5	Silla 6	Silla 7	Silla 8	Silla 9
Fila 1					(1;5)				
Fila 2			(2;3)						
Fila 3									
Fila 4					(4;5)		(4;7)		
Fila 5				(5;4)					
Fila 6								(6;8)	

Los pares (1; 5); (2; 3); (4; 5); etc. se denominan "pares ordenados" ya que el orden en que los escribimos representa situaciones distintas. No es lo mismo el par (3 ; 4) que el par (4 ; 3).

REPRESENTACIÓN EN EL PLANO CARTESIANO

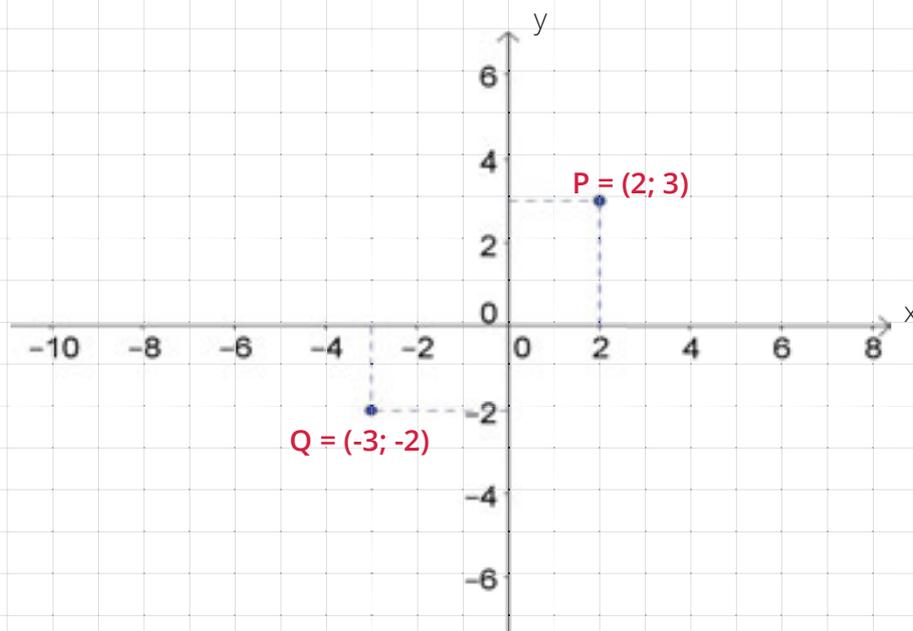
Para identificar un punto cualquiera del plano se suelen utilizar dos rectas perpendiculares llamados "ejes" en los que se determina el punto de origen donde x representa el desplazamiento sobre el eje horizontal e y el desplazamiento sobre el eje vertical. A estos ejes los llamamos "ejes cartesianos", ya que el primero que usó una disposición como esta fue el filósofo René Descartes.

Cada punto se localiza mediante un par ordenado formado por 2 números, los cuales se llaman coordenadas y corresponde uno a cada eje. Se llama **abscisa** a la primer coordenada (del eje horizontal "x") y **ordenada** a la segunda coordenada (del eje vertical "y"). Dichas rectas o ejes perpendiculares se cortan en un punto que recibe el nombre de **origen de coordenadas** y es el (0; 0).

Por ejemplo:

En el punto $P = (2; 3)$ la abscisa es 2 y la ordenada es 3.

En el punto $Q = (-3; -2)$ la abscisa es -3 y la ordenada es -2.



✗ ACTIVIDAD

1) Ubique los siguientes puntos en un par de ejes cartesianos:

- a) $(-3; 1)$ b) $(0; 0)$ c) $(2; 3)$ d) $(-1,5; -2,5)$

2) En un par de ejes cartesianos...

- a) ...marque los puntos $A = (3; 5)$, $B = (7; 2)$ y $C = (3; 2)$.
 b) Una los puntos.
 c) ¿Cuál es la figura resultante?

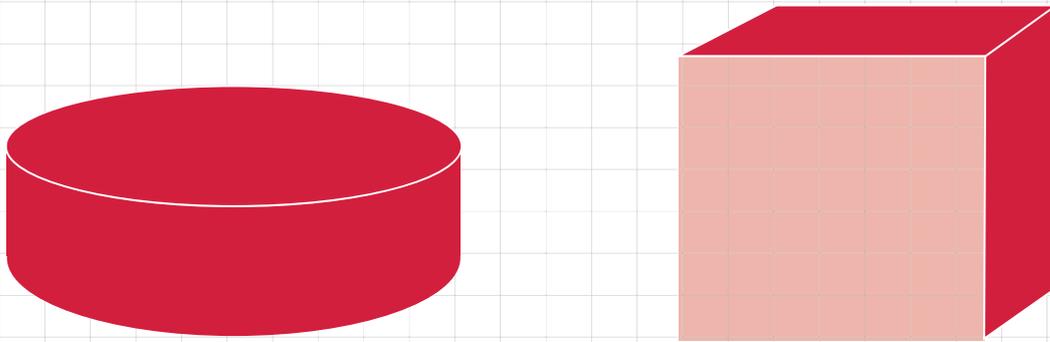
3) Grafique los siguientes puntos en un mismo par de ejes cartesianos:

- a) $(1; 1)$ b) $(3; 3)$ c) $(5; 3)$ d) $(7; 1)$

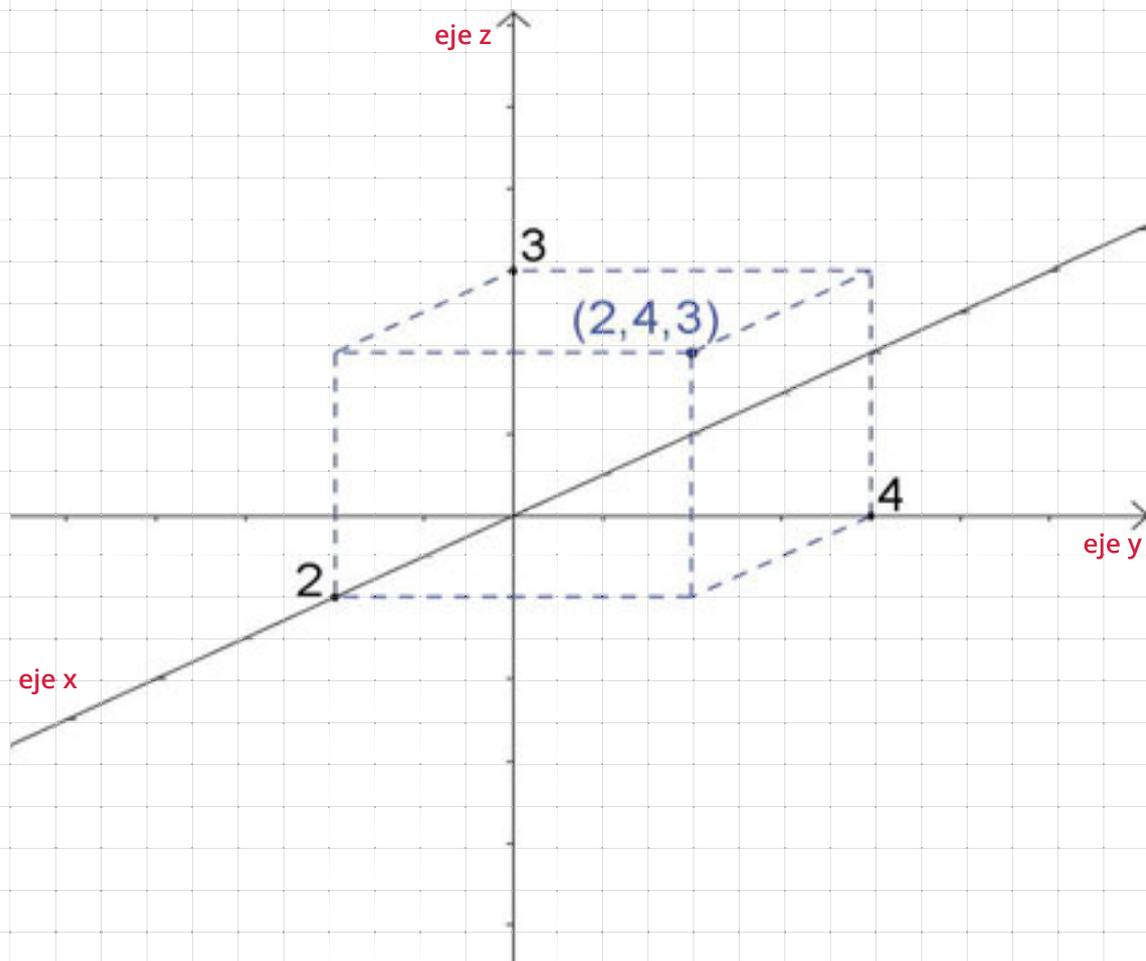
¿Cuál es el nombre de la figura que se forma?

COORDENADAS ESPACIALES

Los cuerpos, como el cilindro y el cubo, se representan en tres dimensiones.



Podemos graficarlos en un sistema de ejes con tres coordenadas en el espacio:



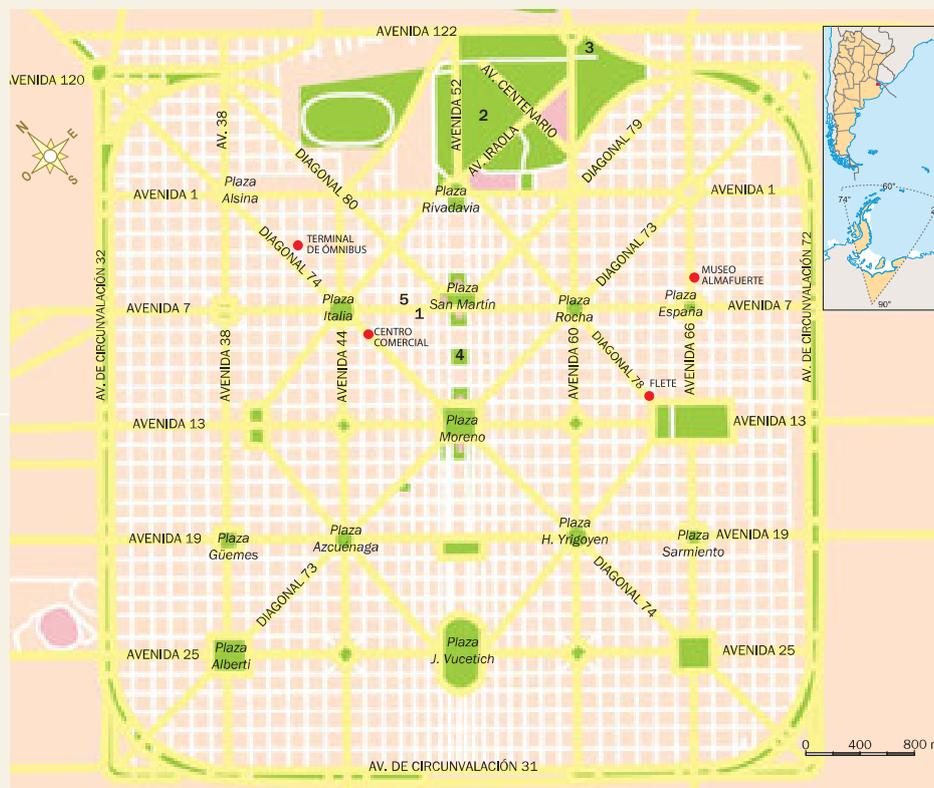
✘ ACTIVIDAD

4) En la ciudad de La Plata funciona la empresa de fletes y mudanzas TRANSPLATA que está ubicada en la esquina de la DIAGONAL 78 y CALLE 12. Considere como el punto de partida, con el par ordenado (0; 0). Luego el flete debe retirar algunos cuadros y esculturas del “Museo Almafuerte”.

a) ¿Qué par ordenado representa la esquina de ese Museo? (tome cada cuadra como la unidad de los ejes).

b) Desde allí, debe pasar a retirar una orden de despacho por la esquina de la DIAGONAL 74 y CALLE 8 del Centro Comercial. ¿Qué par ordenado representa el punto de esa esquina?

c) Finalmente, debe despachar su carga en la terminal de ómnibus. Señale un camino posible del recorrido del flete desde su base hasta la terminal. Represente el recorrido en un par de ejes. Use papel cuadrulado.



LECTURA E INTERPRETACIÓN DE DATOS

LECTURA DE TABLAS

Seguramente usted ha leído tablas en innumerables situaciones de su vida; en comercios que exhiben sus precios, en los trenes cuando informan su horario, etc. A continuación se presentan situaciones en las cuales la información está registrada en tablas. Las tablas ofrecen una manera práctica de presentar una gran cantidad de datos.

Peras	Acelga	Papas	Bananas	Tomates
\$10 x kg	\$6 x atado	\$15 x 3kg	\$9 x 1/2doc.	\$20 x kg

Día	Horario
Lunes	09 a 15
Martes	14 a 18
Miércoles	09 a 15
Jueves	14 a 18
Viernes	09 a 15

✘ ACTIVIDAD

5) Se registraron las temperaturas que anunciaba un noticiero de televisión entre las 06 y 21 horas en la ciudad de Viedma, provincia de Río Negro.

Hora del día	Temperatura (en grados C)
06:00	0
07:00	-1,7
09:30	3,5
10:30	5
12:00	9,5
16:00	11
18:00	5
20:00	3
21:00	-2



- a) ¿Cuándo se registraron temperaturas iguales en distintos horarios?
- b) ¿Qué temperatura habrá marcado el termómetro a las 10 horas?
- c) ¿Cuál fue la máxima y la mínima temperatura registrada en el día?

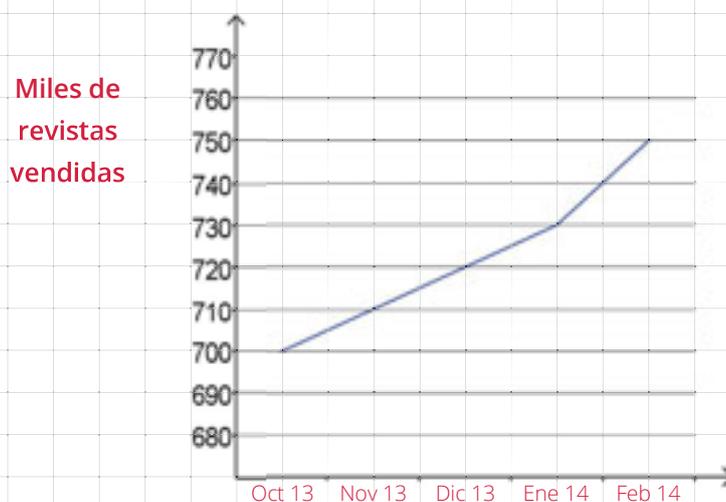
6) Como usted sabe, la nafta que gasta una camioneta depende de la distancia que se recorra y de la velocidad. Supongamos que la camioneta viaja a velocidad fija, y gasta 16 litros por cada 200 kilómetros.

- a) Construya una tabla y complétela indicando la cantidad de litros de nafta consumidos según las distancias recorridas: 200; 100; 20; 10; 110 km.
- b) ¿Encuentra alguna relación entre la nafta gastada en recorrer 110 km con otros valores de la tabla?
- c) ¿Y la gastada en recorrer 200 km y 100 km?

LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS

En los ejemplos anteriores, se presentaron situaciones en las cuales la información estaba registrada en tablas. Otro modo de analizar algunos fenómenos es a partir de la lectura y la interpretación de gráficos. En general para graficar, se utilizan los ejes cartesianos, tal como se vio en el apartado de pares ordenados.

A continuación se propone una actividad que le será útil para aprender a leer y analizar diversos gráficos.



PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Analice el gráfico de la página 54 y responda:

- a) ¿Cuántas revistas se vendieron en Octubre de 2013?
- b) ¿Cuántas revistas se vendieron en Febrero de 2014?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a) En Octubre de 2013 se vendieron 700.000 revistas.
- b) En Febrero de 2014 se vendieron 750.000 revistas.

VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

En cada ejemplo presentado hasta ahora pusimos en juego distintas variables: precio por fruta o verdura; gasto de nafta según km recorridos, etc. Las variables representadas sobre el eje horizontal "x" se llaman independientes, las elijo; las variables representadas sobre el eje vertical "y" se llaman dependientes porque dependen de los valores de "x". Por ejemplo, lo que gana una persona que trabaja por hora, depende del número de hs trabajadas. Entonces el sueldo está **en función** de las horas trabajadas. Si a otra persona le pagan según lo que produce, el sueldo es **en función** de su producción. La matemática estudia estas relaciones entre variables y las llama *funciones*. Siempre hay una relación de co-dependencia entre las dos variables y la condición para que sea una función es que a *cada* elemento (a todos) del eje "x", variable independiente, le corresponde un único elemento del eje "y", variable dependiente.

FUNCIONES

Una función es una asignación por medio de la cual a cada elemento del conjunto de la variable independiente le asigno un valor o un nombre o un número (variable dependiente). Por ejemplo, a cada ciudadano le corresponde su número de documento, a cada maratonista que compite le corresponde su tiempo récord, a cada altura desde el nivel del mar le corresponde un valor de presión atmosférica.

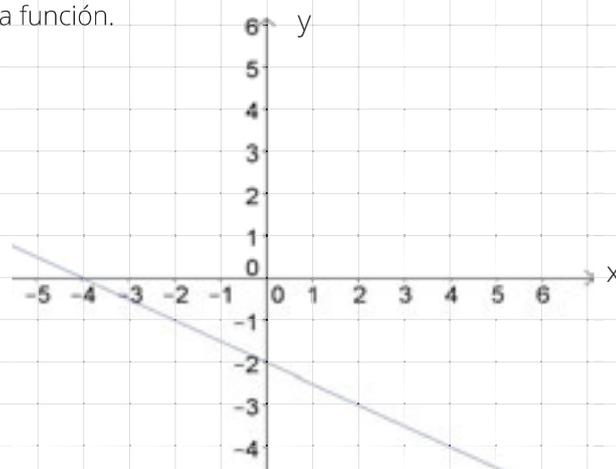
Otras asignaciones pueden ser: el precio por usar internet depende de la velocidad de la conexión, el nivel de contaminación ambiental de una ciudad es función del número de automoviles que transiten sus calles, el precio de un producto es función de la demanda; la temperatura media de una ciudad es función del mes que se transita.

Todas estas funciones se pueden representar en tablas o en gráficos cartesianos.

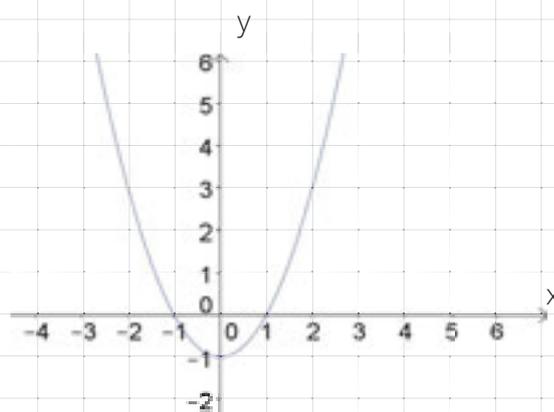
GRÁFICA DE FUNCIONES

Las funciones se pueden graficar en un par de ejes cartesianos. Se pueden identificar elementos en esas gráficas: el valor donde el gráfico corta al eje de las "x" se lo llama **cero o raíz** de la función. La raíz no siempre es única sino que depende de la cantidad de veces que el gráfico corta al eje de las "x". En cambio, el valor donde el gráfico corta al eje de las "y" se lo llama **ordenada al origen**. Y este valor es único, si hubiera otro valor no cumpliría la definición de dicha función.

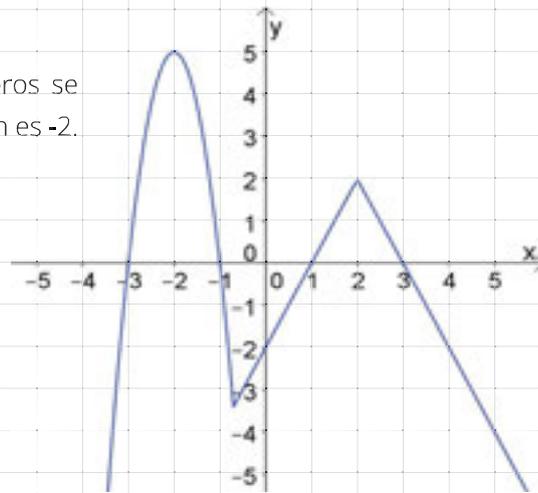
En esta función el conjunto de ceros está formado por -4 y se escribe $C_0 = \{-4\}$ y la ordenada del origen es -2.



En esta otra función el conjunto de ceros está formado por -1 y 1 y se escribe $C_0 = \{-1; 1\}$ y la ordenada del origen es -1.

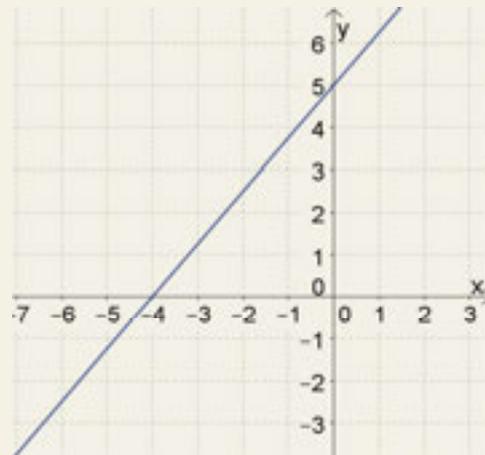
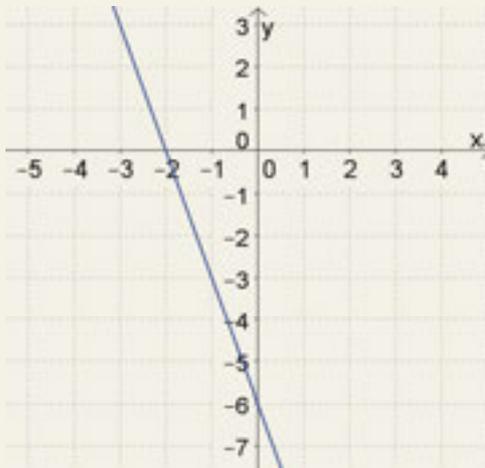


En esta última función el conjunto de ceros se escribe $C_0 = \{-3; -1; 1; 3\}$ y la ordenada del origen es -2 .



✘ ACTIVIDAD

7) Para las siguientes funciones, identifique el conjunto de ceros y la ordenada del origen:



ACTIVIDAD INTEGRADORA

8) Una empresa de gas cobra \$0,05 por metro cúbico de gas consumido a lo cual se suma el impuesto nacional de \$10 y un impuesto provincial de \$14.

a) ¿Cuánto deberá pagar una persona que consumió 16 metros cúbicos?

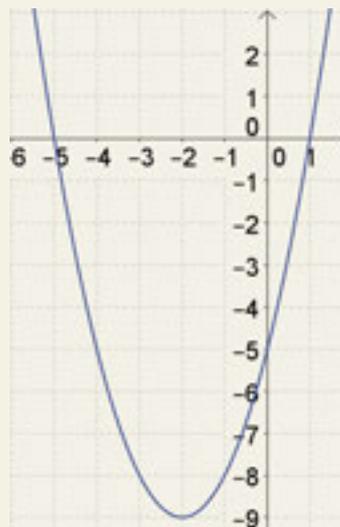
b) Si se recibe una factura de \$30, ¿cuál es el consumo correspondiente?

9) Para las siguientes funciones, identifique el conjunto de ceros y la ordenada del origen:

a)



b)



10) La siguiente tabla muestra las temperaturas promedio, expresada en grados centígrados (C°) y la cantidad de agua caída en la provincia de Corrientes, la cual se expresa en mm de altura.

- a) Indique el mes en que se registró la menor cantidad de lluvia caída.
- b) Y el mes en que se registró la mayor cantidad de lluvia caída.
- c) Indique el mes en que se registró la menor temperatura.
- d) Y el mes en que se registró la mayor temperatura.

	Temp. media (°C)	Precip. (mm)
Enero	27,2	166,1
Febrero	26,2	156,9
Marzo	24,5	205,9
Abril	21,2	284,6
Mayo	18,3	125,2
Junio	15,2	91,8
Julio	15,3	48,5
Agosto	17,1	60,3
Septiembre	17,9	83
Octubre	21,7	129,7
Noviembre	23,9	174,8
Diciembre	25,9	118,8

11) En el siguiente climograma correspondiente a la ciudad de Iguazú, de la provincia de Misiones, los bastones responden a las precipitaciones en mm y la curva a la temperatura en grados Centígrados o Celsius.

- a) ¿Cuál es el mes más seco?
- b) ¿Y el mes que tiene más precipitaciones en el año?
- c) ¿Y el más caluroso?
- d) ¿Y el mes más frío?



Módulo 3



UNIDAD III

PROPORCIONALIDAD

PROPORCIONALIDAD NUMÉRICA

Una proporción es la igualdad entre 2 cocientes o 2 fracciones: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Los valores b y c se llaman medios de la proporción y los valores a y d son los extremos.

“En toda proporción, el producto entre los extremos es igual al producto entre los medios”

En símbolos:

$$a \cdot d = b \cdot c$$

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- Si en el mapa la distancia entre 2 ciudades está indicada con un segmento de 2 cm de longitud, ¿cuál es la distancia real sabiendo que 1 cm equivale a 100 km?
- Si una docena de huevos colorados cuesta \$18, ¿cuál es el precio de 8 huevos?
- Si 3 litros de soda cuestan \$20, ¿cuánto cuestan 15 litros de soda?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- Si cada cm representa 100 km, la distancia en el mapa es de 2 cm pero en la realidad es de 200 km (el doble).
- Podemos calcularlo sin necesidad de averiguar cuánto sale un huevo, porque sabiendo que la tercera parte de la docena (que son 4 huevos) cuesta \$6, el doble de esos 4 huevos, es decir 8 huevos, cuestan \$12. Si lo escribimos como proporción, obtenemos $\frac{18}{12} = \frac{x}{8}$; si la resolvemos aplicando la propiedad: $18 \cdot 8 = x \cdot 12$, por lo tanto $x = \$12$, el precio de 8 huevos es \$12.
Otra forma es dividir $\$18 : 12 = \$1,5$ y obtenemos el costo de un huevo, por lo cual, el precio de 8 huevos es $8 \cdot 1,5 = \$12$.
- En este caso, podemos quintuplicar el precio obteniendo \$100 o armar la proporción $\frac{20}{3} = \frac{x}{15}$ y al resolverla se obtiene $20 \cdot 15 = 3 \cdot x$, y resulta $x = \$100$.

✘ ACTIVIDAD

1) Halle el valor de "x" en las siguientes proporciones numéricas y verifique:

$$a) \frac{x}{14} = \frac{3}{7}$$

$$b) \frac{x}{5} = \frac{8}{15}$$

PROPORCIONALIDAD ENTRE SEGMENTOS

Tales de Mileto, uno de los 7 sabios de Grecia, en el siglo VI a. de Cristo, en un día de sol y a partir de la sombra que generan los cuerpos, planteó la relación que existe entre la altura de los objetos y la longitud de las sombras que estos producen.

En uno de sus viajes a Egipto, aplicando la proporcionalidad de los segmentos, calculó la altura del Obelisco de Tutmosis con sólo medir la longitud de un bastón, su sombra y la sombra del Obelisco.

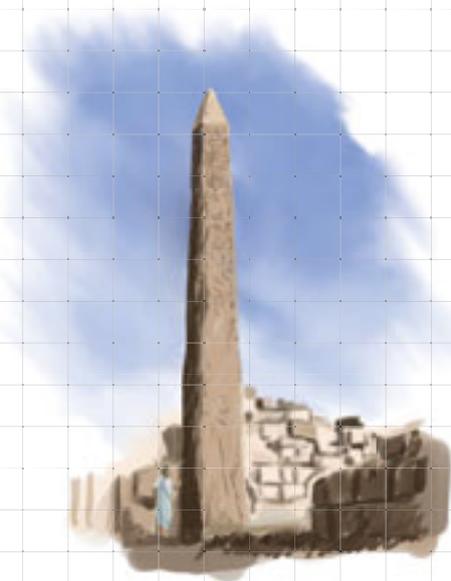
En el proceso de medición indirecta el bastón y su sombra medían 2 y 3 codos respectivamente y la sombra del obelisco medía 75 codos. Ambos triángulos son semejantes pues sus ángulos son iguales y sus lados, proporcionales:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{75}$$

Aplicamos la propiedad de las proporciones, por lo tanto:

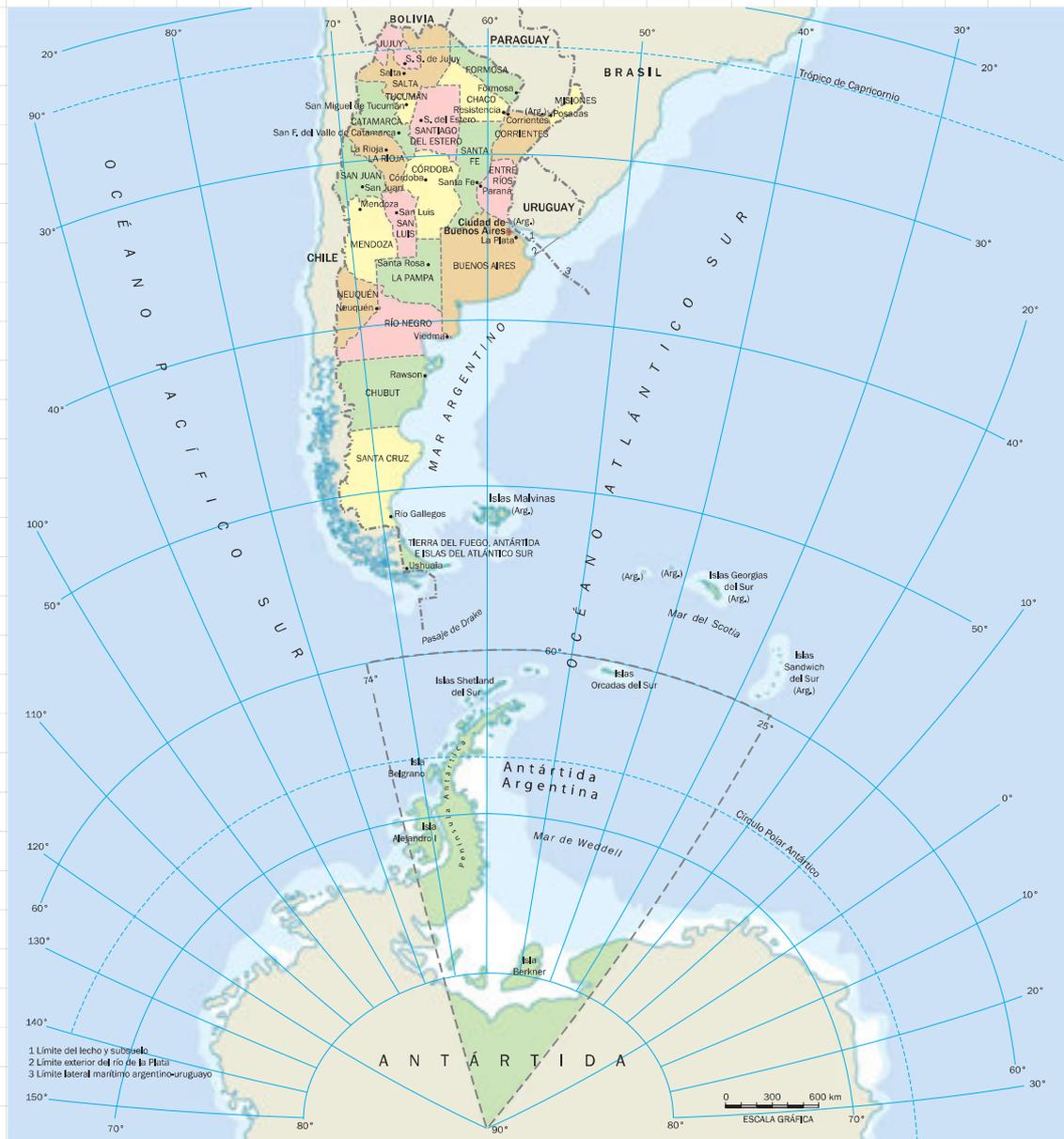
$$\begin{aligned} 2 \cdot 75 &= 3 \cdot x \\ 150 &= 3x \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Tales midió en forma indirecta la altura del Obelisco de Tutmosis y obtuvo una medida de 50 codos. En la antigüedad se utilizaban partes del cuerpo como el pie, el palmo y el codo para medir longitudes. Se considera que el codo equivale aproximadamente a 42 cm. Por lo cual, el Obelisco de Tutmosis aproximadamente mide 2100 cm o 21 metros.



ESCALAS

Para dibujar objetos muy grandes o demasiado pequeños tenemos que aumentar o reducir, respectivamente, las medidas que los representan. En esos casos el dibujo, el plano, el croquis o el mapa están hechos a escala. Toda escala es un cociente entre 2 números donde el primero indica el tamaño del dibujo, mientras que el segundo indica el tamaño real del objeto.



Escala = $\frac{l}{L}$ donde l es la "longitud representada en el plano" y L es la "Longitud real".

En un mapa de Argentina se indica que la escala es 1cm: 100km. Si la distancia real entre las ciudades de Buenos Aires y Mendoza es aproximadamente 1100 km, ¿qué distancia tendrán en el mapa? ¿A qué distancia real están 2 ciudades que en el mapa aparecen a 3,5 cm?

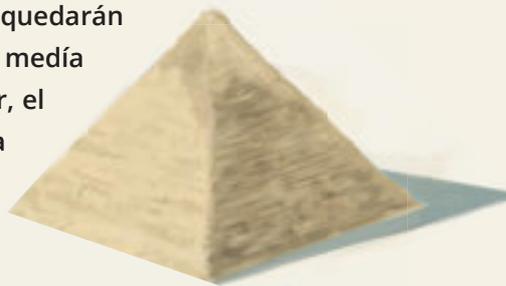
✘ ACTIVIDAD

3) Se construyó la maqueta de un pueblo con la plaza, parques, casas, árboles de manera que lo que en el pueblo mide 100 metros, en la maqueta mida 5 centímetros. Si la cancha de básquet tiene un largo real de 28 m, ¿con cuántos centímetros se representa en la maqueta?



4) Un árbol arroja una sombra de 7 m. En ese mismo momento, un pino joven de 1,6 m de altura proyecta una sombra de 70 cm, ¿cuál es la altura del árbol grande?

5) Calcule la altura de la pirámide de Keops considerando que Tales de Mileto la midió en forma indirecta de la siguiente forma: Tales clavó su bastón verticalmente en el suelo de arena, esperó a que las sombras de la pirámide y del bastón quedarán alineadas y razonó que si el bastón medía 1 m y su sombra era de 3 m, es decir, el triple; la sombra que proyectaba la pirámide era de 438 m entonces la pirámide medía la tercera parte de su sombra.



TRIGONOMETRÍA

La trigonometría es la rama de la matemática que estudia las relaciones entre lados y ángulos de un triángulo rectángulo. Surgió por necesidades astronómicas, cartográficas y de navegación.

TRIANGULO RECTÁNGULO

Para el ángulo β

\overline{AB} = cateto opuesto

\overline{AC} = cateto adyacente

\overline{BC} = hipotenusa



Para el ángulo α

\overline{AB} = cateto adyacente

\overline{AC} = cateto opuesto

\overline{BC} = hipotenusa

Supongamos que apoyamos una escalera de 3,6 m de largo en una pared de forma que ella determina con el suelo un ángulo de 30° . ¿Cómo te parece que podríamos calcular a qué altura de la pared está apoyada la escalera?



El triángulo rectángulo que se formó es semejante a cualquier otro triángulo rectángulo que tenga un ángulo de 30° por lo que si supieramos las relaciones entre sus lados, podríamos calcular la altura de la pared. A estas relaciones las llamamos razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo son el seno, el coseno y la tangente. Con las medidas de los lados de un triángulo rectángulo se pueden plantear cocientes que reciben distintos nombres: seno, coseno y tangente.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tan}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Volviendo entonces a cómo resolver el problema de la escalera...

$$\text{Si } \sin(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \text{ entonces } \sin(30^\circ) = \frac{x}{3,60 \text{ m}}$$

$$3,60 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = x$$

$$3,60 \text{ m} \cdot 0,5 = x$$

$$1,80 \text{ m} = x$$



Entonces la escalera está apoyada a 1,80 m de altura.

✘ ACTIVIDAD

6) Obtenga los valores de las razones trigonométricas utilizando una calculadora científica:

- a) $\tan 70^\circ \approx$
- b) $\tan 45^\circ \approx$
- c) $\tan \alpha = 1,73$; obtenga α
- d) $\tan \beta = 19$; obtenga β
- e) $\sin 30^\circ =$
- f) $\cos 60^\circ =$

7) En un rectángulo de 800 cm de largo y 720 cm de ancho, ¿qué ángulo forma la diagonal con el lado mayor?

8) Uno de los cables con los que se fijó una torre metálica del tendido eléctrico forma con el piso un ángulo de 30° . Si la distancia entre el pie de la torre y el punto de fijación es de 30 m.

- a) ¿Cuál es la altura de la torre?
- b) ¿Y la longitud del cable?

9) Calcule la sombra que proyecta una persona cuya altura es de 180 cm cuando la inclinación del Sol determina con la horizontal un ángulo de 31° .



10) En un hogar la escalera tiene escalones de 25 cm de pedada (ancho) y 18 cm dealzada (alto). Obtenga el ángulo de inclinación de la escalera.

11) Un electricista apoya una escalera sobre una pared. Para no resbalarse, el pie de la escalera debe estar a 1,5 m de la pared y ésta debe formar un ángulo de 50° con el piso. Calcule la longitud de la escalera.

RECOMENDACIONES

Si en el Centro Educativo FinEs disponen de un reproductor de DVD, le sugerimos ver con el resto de sus compañeros y acompañados por su tutor el siguiente video:

05 "Escalas, mapas, planos y porcentajes" en Geometría y medida.

Tambien lo pueden consultar en la siguiente pagina:
<http://fines.educacion.gov.ar/modulos/matematica>

ACTIVIDAD**INTEGRADORA**

12) La réplica de la Ferrari 1958 "200" Testarossa mide 23,5 cm de largo y 9,5 cm de ancho. Si la escala que aparece en el chasis es 1:18, ¿cuáles son sus medidas reales?

13) La sombra de un edificio en un determinado momento del día mide 192 m. Si en el mismo instante la sombra de un semáforo de 2,5 m de altura mide 1,5 m, ¿cuál es la altura del edificio?

14) A un incendio producido en un hospital acude la unidad de bomberos con una escalera de 32 m de longitud que tiene 80 escalones distribuidos uniformemente. Al apoyar la escalera sobre el frente del hospital se observa que el primer escalón se encuentra a 30 cm del suelo, ¿qué altura del hospital alcanzará la escalera?

15) Resuelva

- a) Calcule la base de un triángulo isósceles cuya altura mide 8 mm y el ángulo opuesto a la base es de 40° .
- b) Obtenga el perímetro del triángulo.

16) Una rampa de 10 m de longitud tiene una altura de 2,5 m. ¿Cuál es el ángulo de elevación?

17) Calcule el valor de "x" en las siguientes proporciones numéricas:

a) $\frac{5}{x} = 25$

b) $\frac{4}{8-x} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{x}{3x-4} = 3$

d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

18) En un triángulo rectángulo la altura mide 6 cm y la base mide 8 cm.

- a) Calcule su hipotenusa
- b) Calcule el perímetro y la superficie

19) Obtenga los valores de las siguientes razones trigonométricas utilizando la tabla o una calculadora científica (Consulte con su docente sobre el sentido de calcular relaciones trigonométricas en ángulos mayores que 90°):

- a) $\tan 80^\circ \approx$
- b) $\tan 30^\circ \approx$
- c) $\tan \alpha = 0,5$; obtenga α
- d) $\tan \beta = 1,5$; obtenga β
- e) $\sin 60^\circ =$
- f) $\cos 30^\circ =$
- g) $\tan 89^\circ \approx$
- h) $\tan 269^\circ \approx$
- i) $\tan \alpha = 3$; obtenga α
- j) $\tan \beta = 4$; obtenga β
- k) $\sin 150^\circ =$
- l) $\cos 30^\circ =$
- m) $\tan 135^\circ \approx$
- n) $\tan 315^\circ \approx$
- o) $\tan \alpha = 1$; obtenga α
- p) $\tan \beta = 2$; obtenga β
- q) $\sin 130^\circ =$
- r) $\cos 50^\circ =$

20) En un mapa de la provincia de Salta con escala $E = 1 : 1.000.000$; 1 cm representa: $1.000.000 \text{ cm} = 10.000 \text{ m} = 10 \text{ km}$ reales.

- a) Si la distancia real entre las ciudades de Iruya y Cafayate es de aproximadamente 500 km, ¿a cuántos cm están en el mapa?
- b) ¿A qué distancia real están 2 ciudades que en el mapa aparecen a 2 cm?

21) En un rectángulo la base mide 8 cm y la altura es tres cuartos de la base.

- a) Calcule su altura.
- b) Calcule su diagonal.

22) En un mapa de la provincia de Misiones con escala $E = 1 : 1.000.000$; 1 cm representa: $1.000.000 \text{ cm} = 10000 \text{ m} = 10 \text{ km}$ reales.

- a) Si la distancia real entre las ciudades de Puerto Iguazú y Posadas es de aproximadamente 300 km, ¿qué distancia tendrán en el mapa?
- b) ¿A qué distancia real están dos ciudades que en el mapa aparecen a 3 cm?

23) En un triángulo isósceles la altura mide 3 cm y la base mide 8 cm. Calcule el perímetro y la superficie.

24) En un triángulo rectángulo la base mide 12 cm y la altura mide 5 cm.

- a) Calcule la medida de su hipotenusa.
- b) Calcule el perímetro y el área del triángulo.

25) En un rectángulo la base mide 12 cm y la altura mide 5 cm.

- a) Calcule la diagonal del rectángulo.
- b) Calcule su perímetro y su superficie.

Módulo 3

UNIDAD IV

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

En sus orígenes la estadística se limitaba a efectuar recuentos o censos de habitantes, soldados, viviendas, animales, alimentos, cosechas, etc. Esta información era necesaria para que los jefes de Estado pudieran planificar estrategias bélicas, cobrar impuestos y tener mejor conocimiento de sus dominios. Más recientemente, en el siglo XIX, la estadística fue bautizada en Alemania con su nombre actual que significa "Ciencia de los negocios del Estado".

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- a) Durante las elecciones presidenciales se identificaron algunas mesas electorales en particular. En ellas los resultados de la elección anterior fueron casi idénticos a los del total del país. ¿Para qué se identifican estas mesas electorales? ¿Por qué cree que le pueden servir esos datos a una consultora que realiza encuestas?
- b) Las publicidades están orientadas a influir sobre un público específico. Los oferentes de los productos compran espacios publicitarios en radios, diarios, revistas y televisión pero deben decidir en cuáles lo van a hacer. ¿Qué datos de las personas a las cuáles está destinada la pauta publicitaria se podrían analizar para tomar esa decisión?
- c) El siguiente gráfico muestra la cantidad de hijos que posee un grupo de familias. ¿Cuántas familias tienen 3 hijos? ¿Cuál es el número de hijos más común?



ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a)** Se puede pensar que las mesas electorales que arrojaron un resultado casi idéntico a los del total del país son mesas representativas de toda la población (aunque habría que analizar si están formadas por personas tan diversas). Sobre el padrón de estas mesas electorales se realizan encuestas a “boca de urna” y de ellas se infieren los resultados totales finales. A estas mesas se las denomina “mesas testigo”.
- b)** Los oferentes de los productos contratan empresas que analizan variables como edad, género, estado civil, nivel de escolaridad, nivel de educación máximo alcanzado, preferencias deportivas, artísticas, musicales; para asesorarse y comprar espacios publicitarios en determinados programas de radio y/o televisión que están destinados al público que a ellos les interesa.
- c)** 150 familias tienen 3 hijos. En las familias encuestadas el número más común de hijos es 2.

LA ESTADÍSTICA

Cada día nos enfrentamos con una gran cantidad de información estadística que abarca distintos temas: desde la educación, los deportes, la política, el clima y la economía hasta los avisos publicitarios.

A los integrantes de una muestra se los elegirá en forma azarosa o aleatoria de manera que todos los integrantes de la población tengan la misma oportunidad de ser seleccionados. A los objetos de interés de un estudio se los denomina unidades muestrales. Las unidades de la muestra pueden ser tornillos, ciudades, personas, lamparitas. Sobre esas unidades se analizan características que son las variables, como pueden ser la longitud de un tornillo, el clima de una ciudad, la edad de las personas o la duración o vida útil de una lamparita.

Las variables pueden ser cuantitativas (o numéricas). Por ejemplo: edad, estatura, peso, número de hijos, tasa de mortalidad materna. También pueden ser cualitativas, por ejemplo: género, estado civil, nacionalidad, grupo sanguíneo, máximo nivel de escolaridad alcanzado.

✘ ACTIVIDAD

1) Indique si las siguientes variables son cuantitativas o cualitativas:

- a) Números de hijos.
- b) Peso del bebé.
- c) Género.
- d) Salario en pesos.
- e) Estado civil.
- f) Cantidad de celulares a mi nombre.

2) En cada una de las siguientes situaciones indique cuál es la unidad muestral, la variable y la población. Cuando corresponda, identifique el tamaño de la muestra.

- a) Un lote de arandelas debe tener un diámetro promedio que se encuentre entre 1,95 cm y 2,05 cm para cumplir con las especificaciones de aceptación impuestas por un comprador. Sin embargo, un inspector selecciona 100 arandelas del lote y obtiene un promedio de 1,90 cm de diámetro. Este valor se encuentra fuera de las especificaciones, por lo que el lote es rechazado.
- b) En el año 2001, el 50 % de los hogares de la Argentina tenían heladera con freezer de acuerdo con los valores censales del Anuario Estadístico de la República Argentina.
- c) En el año 2009, el precio promedio de los autos modelo 2002 era de \$21.880. Este dato se obtuvo en base a la venta de 300 autos.

RECOPIACIÓN Y ORGANIZACIÓN DE DATOS

La distribución de una variable nos muestra cuáles son los valores que puede tomar y su frecuencia, es decir, cuántas veces se repite cada uno de los valores.

Para analizar las variables, en general se utilizan cantidades, proporciones y porcentajes.

En la tabla de mortalidad materna del Ministerio de Salud de la Nación (DEIS - Dirección de Estadísticas e Información de Salud. Estadísticas vitales. Información básica - año 2012) se registran las tasas del total del país y por jurisdicción. Éstas se obtienen proporcionalmente con la intención de representar el número de muertes maternas registradas cada 10.000 nacidos vivos.

El uso de tasas facilita la comparación. Por ejemplo, la tasa de La Rioja es mayor que la de San Luis. Este hecho se puede interpretar como la existencia de una mayor mortalidad materna en La Rioja, más allá de la comparación entre cantidades de muertes.

TASA DE MORTALIDAD MATERNA POR 10.000 NACIDOS VIVOS SEGÚN JURISDICCIÓN DE RESIDENCIA DE LAS FALLECIDAS, POR AÑO DE REGISTRO - REPÚBLICA ARGENTINA - AÑOS 1990 A 2012

JURISDICCIÓN DE RESIDENCIA	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
REPÚBLICA ARGENTINA	4,6	4,4	4,0	3,9	4,8	4,4	4,0	5,5	4,4	4,0	3,5
Ciudad Aut. de Buenos Aires	1,4	1,2	2,0	0,7	1,8	3,3	0,9	1,8	0,9	1,3	1,6
Buenos Aires	3,2	2,5	2,8	2,7	3,8	3,7	3,2	4,0	4,4	3,2	3,0
Catamarca	6,2	22,5	-	6,9	4,4	7,2	4,2	16,0	1,5	7,6	3,2
Córdoba	2,9	1,4	2,6	2,5	2,8	1,5	3,4	7,2	4,8	1,9	1,6
Corrientes	7,2	7,5	10,4	9,6	4,8	4,7	6,0	4,9	5,9	5,3	6,1
Chaco	7,8	8,1	7,0	5,2	12,8	6,3	8,2	9,7	7,5	8,6	6,8
Chubut	1,3	8,6	1,2	2,3	6,7	2,2	5,1	4,0	3,0	5,1	5,2
Entre Ríos	1,8	6,3	2,6	4,1	6,6	3,3	4,2	9,0	3,1	5,4	3,2
Formosa	16,6	13,5	11,1	16,4	10,7	13,3	11,5	15,0	16,2	12,3	15,0
Jujuy	10,9	15,5	13,1	8,5	16,5	4,8	10,0	8,3	3,7	11,5	7,7
La Pampa	5,7	5,2	-	1,8	3,7	11,2	7,3	3,6	7,2	7,4	3,7
La Rioja	11,1	16,9	13,6	15,0	9,6	13,0	4,6	8,0	11,4	6,3	1,6
Mendoza	7,2	3,8	3,9	4,8	3,4	3,9	2,6	2,6	4,4	4,7	3,6
Misiones*	4,6	6,2	6,7	6,8	12,5	8,3	7,6	9,3	8,1	8,7	3,5
Neuquén	-	5,1	3,9	5,8	1,8	5,4	2,6	5,2	3,3	2,7	1,8
Rio Negro	4,5	1,9	2,8	1,8	1,8	3,6	2,5	1,7	0,8	1,7	4,2
Salta	6,9	6,9	4,4	5,7	4,0	7,3	6,1	8,4	5,8	3,9	4,5
San Juan	6,1	4,9	4,7	3,5	6,4	7,0	0,7	6,2	4,2	4,2	2,1
San Luis	8,4	8,2	4,6	2,5	7,1	4,8	2,4	9,8	3,8	3,9	2,6
Santa Cruz	2,4	11,1	-	2,0	3,9	1,9	1,8	5,2	3,3	-	3,4
Santa Fe	4,9	3,5	3,6	3,1	4,0	3,2	3,3	7,1	2,6	3,0	3,0
Santiago del Estero	6,8	5,5	7,3	5,7	4,1	4,2	7,9	5,8	1,7	5,5	3,1
Túcuman	5,3	7,3	4,7	3,5	6,8	6,6	4,1	3,9	3,0	3,7	4,5
Tierra del Fuego	-	4,4	4,6	8,4	-	-	3,8	3,8	-	11,8	-

(-) No se registraron muertes maternas.

* Varios meses después de la difusión de las Estadísticas Vitales 2011, la provincia de Misiones envió una nueva base de datos de nacidos vivos.

<http://www.deis.gov.ar/Publicaciones/Archivos/Serie5Nro56.pdf>

En el censo de la población de la República Argentina del año 2010 (INDEC - Instituto Nacional de Estadísticas y Censos) una de las preguntas se refería a la vivienda propia. Esta tabla corresponde a los

datos obtenidos de las respuestas a esa pregunta. En la primer columna de la tabla se presentan los nombres de las jurisdicciones mientras que en la segunda la distribución se expresa en **porcentajes** pues para analizar algunas cuestiones suele ser más sencillo pensar en porcentajes y en la tercera se muestra la distribución de la variable que se expresa en **cantidades** con el encabezamiento indicando “Total de hogares que disponen de vivienda propia”. Por ejemplo, es más útil pensar que el 86,2 % de los hogares de Santiago del Estero disponen de vivienda propia que decir que 188.045 hogares tienen vivienda propia, si lo que queremos es diferenciar cuánto representa del total de los hogares.

Jurisdicción	Hogares que disponen de vivienda propia %	Total de hogares que disponen de vivienda propia	Hogares propietarios de la vivienda y el terreno	Hogares propietarios de la vivienda solamente
Santiago del Estero	86,2	188.045	174.177	13.868
Catamarca	81,7	778.469	76.916	1.553
Chaco	77,7	224.060	200.617	23.443
Tucumán	77,7	286.306	259.720	26.586
Misiones	76,9	232.822	204.876	27.946
La Rioja	76,8	70.008	69.060	948
Formosa	76,3	107.049	95.163	11.886
Corrientes	74,7	200.020	176.138	23.882
Buenos Aires	74,5	3.570.314	3.382.869	187.445
Entre Ríos	73,6	276.244	256.995	19.249
Santa Fe	73,2	749.418	707.444	41.974
Salta	72,4	216.978	197.094	19.884
Jujuy	72,1	125.988	117.589	8.399
La Pampa	72,1	77.597	76.615	982
San Luis	71,7	90.969	89.378	1.591
Neuquén	68,5	116.515	110.311	6.204
San Juan	68,4	121.214	116.649	4.565
Río Negro	67,9	135.298	128.043	7.255
Chubut	67,5	106.103	100.387	5.716
Córdoba	67,0	691.612	671.638	19.974
Tierra del Fuego, Antartida e islas del Atlántico Sur	65,6	25.545	21.703	3.842
Mendoza	64,7	320.380	309.626	10.754
Ciudad Autónoma de Buenos Aires	62,5	718.743	648.958	69.785
Santa Cruz	61,4	50.225	48.327	1.898

Nota: las Islas Malvinas, Georgias del Sur, Sándwich del Sur y los espacios marítimos circundantes forman parte integrante del territorio nacional argentino. Debido a que dichos territorios se encuentran sometidos a la ocupación ilegal del REINO UNIDO DE GRAN BRETAÑA e IRLANDA DEL NORTE, la REPÚBLICA ARGENTINA se vio impedida de llevar a cabo el Censo 2010 en esa área.

En el año 2014 el Plan Conectar Igualdad, que trabaja en la inclusión digital educativa, completó la entrega de netbooks a la totalidad de los estudiantes y docentes de escuelas secundarias públicas de todo el país.

En la tabla se presenta la distribución de netbooks en cada una de las provincias argentinas. La columna "cantidad de netbooks" muestra la frecuencia de cada provincia, es decir, la cantidad de computadoras entregadas en cada provincia. La suma de las frecuencias de la segunda columna da como resultado la cantidad total de netbooks entregadas: 4.705.613.

La frecuencia relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta y la cantidad total de datos. Su suma siempre es 1. Cuando las frecuencias relativas están expresadas en porcentaje, la suma es 100, como vemos en la tercera columna de la tabla, en la cual se puede leer por ejemplo que el 6,49 % de las netbooks entregadas se repartieron en la provincia de Córdoba.

Provincia	Cantidad de Netbooks entregadas	Porcentaje %
Buenos Aires	1.739.294	36,96
CABA	188.606	4,01
Catamarca	73.276	1,56
Chaco	172.044	3,66
Chubut	84.958	1,81
Córdoba	305.293	6,49
Corrientes	156.103	3,32
Entre Ríos	168.374	3,58
Formosa	100.698	2,14
Jujuy	116.972	2,49
La Pampa	50.804	1,08
La Rioja	48.571	1,03
Mendoza	200.393	4,26
Misiones	136.411	2,90
Neuquén	97.502	2,07
Río Negro	87.769	1,87
Salta	183.303	3,90
San Juan	89.883	1,91
San Luis	68.655	1,46
Santa Cruz	39.194	0,83
Santa Fé	277.432	5,90
Sgo. del Estero	94.622	2,01
Tierra del Fuego	20.399	0,43
Tucumán	205.057	4,36
Total	4.705.613	100

ANÁLISIS DE LAS VARIABLES CUANTITATIVAS DISCRETAS

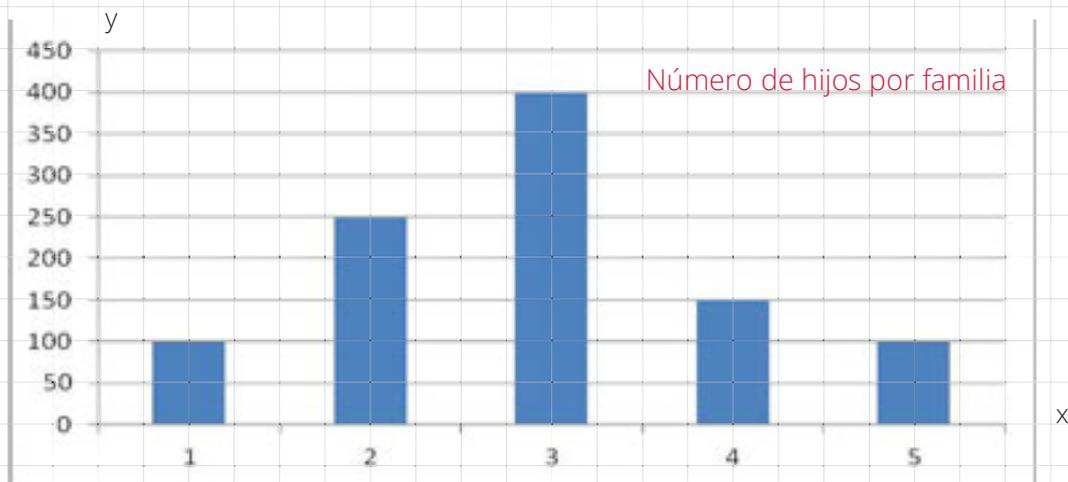
Una variable numérica es discreta cuando únicamente puede tomar valores enteros, es decir cuando no admite valores decimales.

La variable de estudio “x: cantidad de hijos” es una variable discreta pues no admite valores decimales (no se puede tener un hijo y medio). Puede tomar los valores 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7;... pero nunca valores como 3,67 o 0,1.

Los datos de la variable se pueden organizar en una tabla. En este caso, los datos fueron obtenidos mediante una encuesta realizada a 1.000 familias.

Cantidad de hijos por familia			
Cantidad de hijos	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje
1	100	100/1000	10 %
2	250	250/1000	25 %
3	400	400/1000	40%
4	150	150/1000	15%
5	100	100/1000	10%
Total	1000	1	100%

Para representar gráficamente la distribución de los datos correspondientes a una **variable numérica discreta** se utiliza un gráfico de barras.



PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- ¿Cuál es el número típico o más habitual de la muestra?
- ¿Qué porcentaje de familias tienen 2 hijos?
- ¿Y de familias que tienen 5 hijos?
- ¿Qué porcentaje de familias tienen más de 2 hijos?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- a) La respuesta mas habitual de la muestra es 3 (se da en 400 casos).
- b) Como indica la tabla, el 25% de las familias de la muestra tienen dos hijos.
- c) Un 10% del total tienen cinco hijos.
- d) El 65% de la muestra tiene más de dos hijos.

ANÁLISIS DE LAS VARIABLES CUANTITATIVAS CONTINUAS

Las variables numéricas **continuas** son aquellas que admiten todos los valores numéricos posibles. A diferencia de las discretas, las variables continuas sí admiten números decimales.

La **variable** de estudio "x: distancia en km" es una variable continua. Como es posible recorrer una distancia de 13,80 km esta variable debe admitir valores decimales.

Los datos de la variable se pueden organizar en una tabla, de manera que representen la información que se obtuvo.

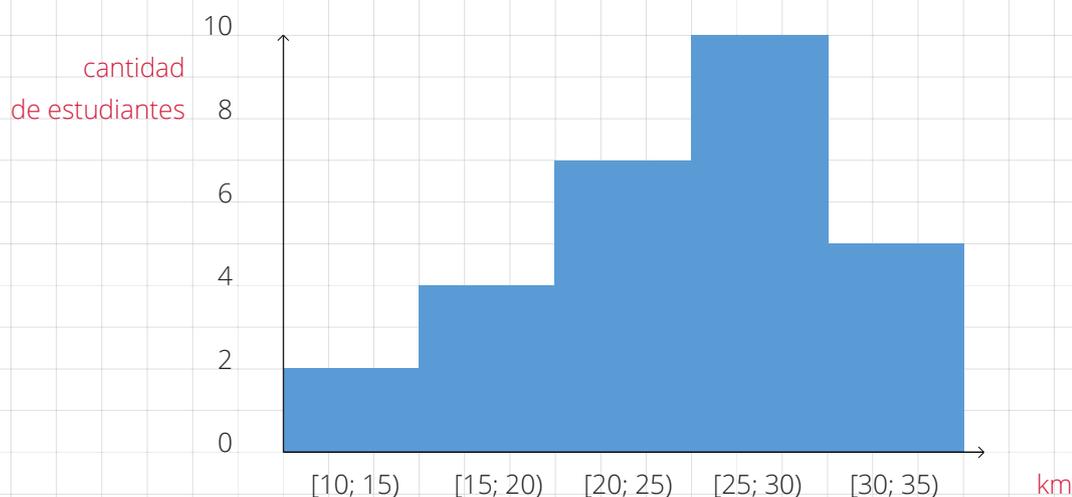
Se realizó una encuesta a 28 estudiantes, en la encuesta los estudiantes informaron acerca de las distancias de su hogar al Centro Educativo FinEs:

12,20 - 20 - 25 - 30,50 - 31,75 - 25 - 20 - 14,60 - 15,30 - 21 - 22,80 - 15 - 27 - 32,40
19 - 24 - 24,10 - 27 - 29 - 28,50 - 28 - 27,10 - 26 - 32,30 - 18,10 - 26,40 - 23 - 33,80

Se decidió agrupar las distancias en intervalos de cinco kilómetros c/u para poder construir la siguiente tabla de frecuencias:

Distancia en km	
x (kilómetros)	f (Cantidad de estudiantes)
[10; 15)	2
[15; 20)	4
[20; 25)	7
[25; 30)	10
[30; 35)	5
Total	28

Cuando la variable en estudio está agrupada en **intervalos**, el gráfico apropiado para representarla es el **histograma** que consiste en una serie de rectángulos consecutivos.



PARA ANALIZAR Y RESPONDER

- ¿Cuántos estudiantes viven a una distancia entre 10 y 15 km del Centro Educativo FinEs?
- ¿Entre qué valores se encuentran las distancias que recorren los estudiantes más alejados?
- ¿Qué porcentaje de los estudiantes recorre entre 20 y 30 kilómetros para llegar al Centro Educativo FinEs?
- ¿Qué porcentaje se encuentra a menos de 20 km del Centro Educativo FinEs?

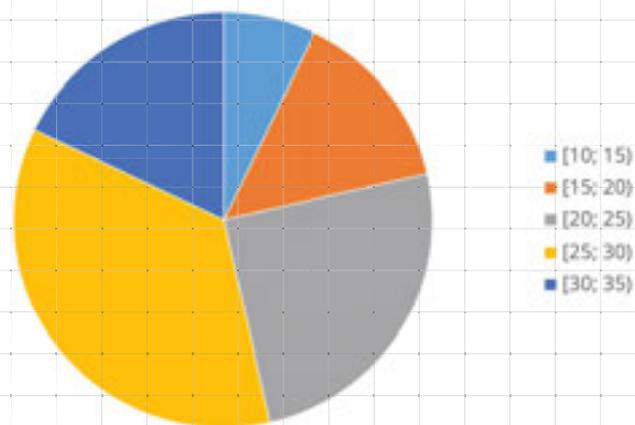
ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- Dos estudiantes viven entre 10 y 15 km de la sede.
- Entre 30 y 35 km.
- Son 17 estudiantes de un total de 28, es decir, el 60,71%.
- Son 6 estudiantes de un total de 28, es decir el 21,42%.

Otro tipo de gráfico que se emplea en estadística es el *circular*, que puede utilizarse para representar cualquier tipo de variable de estudio.

Para confeccionar el gráfico circular se deben establecer relaciones proporcionales entre las cantidades a representar y los sectores circulares que las representan. El total de la muestra se relaciona siempre con 360° que es el ángulo que corresponde al total del círculo.

Por ejemplo, en el caso con el que estamos trabajando, si a los 28 alumnos les corresponden los 360° del total a los 4 alumnos del intervalo $[15;20)$ les corresponden 51° del gráfico.



$$\frac{28}{4} = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

$$\alpha = 4 \cdot 360^\circ : 28$$

$$\alpha \approx 51^\circ$$

x Km	f (cantidad de estudiantes)	x
[10; 15)	2	26°
[15; 20)	4	51°
[20; 25)	7	90°
[25; 30)	10	129°
[30; 35)	5	64°
Total	28	360°

✘ ACTIVIDAD

3) Una casa de deportes vendió, durante los últimos 3 meses, 45.000 pares de zapatillas para hombres. La siguiente tabla muestra la distribución de las ventas según el talle de las zapatillas:

x (n° de calzado)	f (cantidad de zapatillas)
35	100
36	600
37	2.000
38	9.100
39	17.200
40	11.700
41	3.500
42	700
43	100

El administrador decide comprarle al mayorista una nueva partida de 12.000 pares de zapatillas para la próxima temporada. ¿Le convendría que, de los 12.000 pares, 7.000 sean número 38? ¿Por qué?

4) Con el objetivo de realizar una investigación del ausentismo en el Centro Educativo FinEs se observaron las inasistencias de 20 estudiantes durante 1 mes y se obtuvieron los siguientes valores: 1; 3; 2; 5; 1; 0; 0; 1; 1; 2; 2; 1; 2; 2; 1; 1; 2; 2; 2; 4.

- Ordene los datos y construya una tabla sin agrupar en intervalos.
- Grafique la distribución.
- Calcule el porcentaje de estudiantes que no tuvieron faltas en el mes.

MEDIDAS DE POSICIÓN

Las medidas de posición permiten resumir o sintetizar los datos correspondientes a toda una población en un solo número que representa al conjunto total. Se obtiene a partir de una muestra y se usa para caracterizarla.

Las medidas de posición más usuales son: promedio, moda y mediana.

Analizaremos las características de cada medida de posición utilizando el siguiente ejemplo:

Esta lista se confeccionó con la cantidad de días de vacaciones que se toman los empleados de una empresa.

12-18-14-16-17-16-18-14-13-17-13-12-17-15-16-14-17-13-16-17

a) ¿Cuál es el número promedio de días de vacaciones?

b) ¿Cuál es el número de días más frecuente de vacaciones?

c) Se quiere dividirlos en dos grupos de igual cantidad de empleados, de manera que en un grupo queden los que menos días se toman y en el otro los que más días se toman. ¿Qué número de días determina la división?

a) El **promedio** o media aritmética de un conjunto de datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ es el cociente entre la suma de los datos y la cantidad (N) de los mismos.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$$

El promedio de los días de vacaciones es:

$$\bar{x} = \frac{12+18+14+16+17+16+18+14+13+17+13+12+17+15+16+14+17+13+16+17}{20}$$

$$\bar{x} = 15,25$$

b) La **moda** es el valor de la variable que más veces se repite, es decir que tiene la mayor frecuencia absoluta.

En este grupo, el número de días más habitual o más frecuente de vacaciones es 16, entonces $mo(x) = 16$.

c) La mediana es un valor de la variable que divide a la población en 2 grupos de igual cantidad de individuos. Para calcularla, primero se deben ordenar los datos de menor a mayor. Si el número de

datos es impar, la mediana es el valor central; en cambio, si el número de datos es par, la mediana es el promedio entre los dos datos centrales.

Ordenamos los días de vacaciones de los empleados:

12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 18, 18

Los diez primeros empleados formarán parte de uno de los grupos y los diez segundos del otro. El número de días que divide a los grupos es 16, entonces $me(x) = 16$.

✘ ACTIVIDAD

5) El siguiente gráfico es un **pictograma**, el cual se construye con dibujos alusivos a la variable que se está estudiando. El tamaño de cada dibujo es proporcional a la frecuencia que representa. Conteste observando el gráfico: ¿En qué mes se plantaron menos árboles? ¿Y en cuál se hicieron más plantaciones?



+i

MÁS INFORMACIÓN

El arte de adornar las estadísticas

El director comercial de una editorial ha decidido impresionar al directorio. Pide confeccionar un gráfico que muestre las ventas recientes con el fin de obtener un aumento de sueldo en su gestión. Le entregan el siguiente gráfico:



La verdad es que no es muy impresionante pues parece que las ventas se han estancado y peligra su aumento de sueldo. Pero con astucia, representa los mismos datos cambiando la escala del eje vertical:



Con un poco de suerte, obtendrá el aumento.

RECOMENDACIONES

Si en el Centro Educativo FinEs disponen de un reproductor de DVD, le sugerimos ver con el resto de sus compañeros y acompañados por su tutor el siguiente video:

07 "Estadística" en Estadística y Probabilidad.

También lo pueden consultar en la siguiente página:
<http://fines.educacion.gov.ar/modulos/matematica>

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

6) Los siguientes datos representan el número de vacas que murieron por la aftosa en 30 campos afectados por la epidemia:

22-24-23-22-24-22-24-22-24-23-23-20-24-23-20-21-22-25-23-23-21-22-21-23-21-23-25-20-22-25.

- Ordene los datos y construya una tabla.
- Calcule el número más habitual de vacas con aftosa en los campos estudiados.

7) Un equipo de básquet necesita comprar un jugador. Para decidir entre dos candidatos se registró la cantidad de dobles que realizó cada uno en los últimos 10 partidos.

Jugador A: 8-12-15-6-10-9-8-13-11-10

Jugador B: 6-5-15-14-12-10-15-6-7-9

- ¿Cuál es el promedio de dobles por partido de cada jugador?
- ¿Por qué jugador cree que se debería decidir la comisión directiva del club? Justifique.

8) Los bosques cumplen funciones esenciales en el ecosistema brindando hábitat a la fauna silvestre, protegiendo a los suelos de la erosión, reciclando nutrientes, capturando carbono y regulando las cuencas hidrográficas, entre otras funciones. Asimismo, suministran insumos para el consumo doméstico e industrial de leña y madera y proporcionan una gran cantidad de productos forestales no madereros. Los datos demuestran una constante pérdida de superficie de bosque nativo y la existencia de una aceleración del proceso en las últimas décadas. Según las estimaciones efectuadas por la Secretaría de Ambiente y Desarrollo Sustentable, la deforestación para el período 1998-2002 fue de aproximadamente 230.000 ha/año mientras que en el período 2002-2006 se perdieron 330.000 ha/año de bosques nativos (Informe sobre el estado del ambiente año 2012, Secretaría de ambiente y desarrollo sustentable de la Nación).

Usando los datos de la superficie de Bosque Nativo que se muestra en la tabla, calcule el porcentaje de decrecimiento entre los años 2002 y 2006 de la superficie en ha de Bosque Nativo en nuestro país:

Tabla 2.6: Superficie en hectáreas de Bosque Nativo en la República Argentina entre 1937 y 2006

Año 1937	Año 1987	Año 1998	Año 2002	Año 2006
37.535.308	35.180.000	31.443.873	30.073.385	28.743.101

Fuente: Año 1937: Censo Nacional Agropecuario 1937; Año 1987: Estimaciones del Instituto Forestal Nacional; Año 1998: Primer Inventario Nacional de Bosques Nativos; Año 2002 y 2006: Actualización de la Unidad de Manejo del Sistema de Evaluación Forestal - Dirección de Bosques, Secretaría de Ambiente y Desarrollo Sustentable.

9) Analice la siguiente tabla y responda:

SECRETARÍA DE AMBIENTE Y DESARROLLO SUSTENTABLE DE LA NACIÓN - AÑO 2012

Tabla 3.2: Generación de RSU Reciclable

Material	RSU (millones de Ton/año)
Papel y cartón	2.227
Plásticos	1.834
Vidrio	655
Metales	262
TOTAL	4.978

Fuente: Grupo Argentino, "Proyecto Nacional para la Gestión Integral de Residuos Sólidos Urbanos (RSU) TIGURAC Observatorio Nacional de Gestión de Residuos Sólidos Urbanos, Julio 2011.

- ¿Qué porcentaje de Residuos Sólidos Urbanos es vidrio?
- Indique el tipo de residuo generado más habitual.

10) Según el Informe de ONUSIDA 2014 (agencia de Naciones Unidas dedicada a la lucha contra la pandemia) en la última década se redujeron a nivel mundial más de 35% el número de muertes y 38% las nuevas infecciones de VIH.

El informe, presentado en Ginebra (Suiza) y basado en datos de 2013, precisó que en la región hay 1,6 millones de personas con VIH.

El Ministerio de Salud de la Nación está implementando campañas más agresivas para incentivar la realización del análisis para detectarlo aumentando la provisión de tests rápidos que tardan 20 minutos para dar el resultado.

ONUSIDA afirma que Argentina es el país de América Latina con mayor cobertura contra el VIH y que cuenta con mayor cobertura antirretroviral entre las personas mayores de 15 años que tienen el

virus de inmunodeficiencia humana (VIH) que causa el SIDA.

Analice los gráficos y luego responda:

a) ¿Cuál es el porcentaje de ciudadanos de Latinoamérica con VIH que vive en Argentina?

b) ¿Cuál es, aproximadamente, el número de ciudadanos con VIH en Argentina?



11) Las calificaciones de María José en las primeras tres pruebas fueron: 5; 7 y 8. Para que le cierren la nota todavía tiene que rendir una prueba más. Si para aprobar la materia tiene que obtener un promedio de 7 o más, ¿cuál es la nota mínima que puede sacarse para aprobar?

12) La siguiente tabla muestra las estaturas en metros de los integrantes de un equipo deportivo:

Estatura (metros)	Número de deportistas
[1,30–1,40)	2
[1,40–1,50)	11
[1,50–1,60)	13
[1,60–1,70)	9
[1,70–1,80)	5
[1,80–1,90)	3
[1,90–2,00)	1

a) Indique el porcentaje de deportistas que miden entre 1,40 y 1,80 metros.

b) ¿Cuál es aproximadamente la estatura más habitual del grupo?

13) Los siguientes datos representan las edades de los jugadores de un equipo deportivo

22-24-23-22-24-22-24-22-24-23-23-20-24-23-20-21-22-25-23-23-21-22-21-23-21-23-25-20-22-25.

- a) Ordene los datos construyendo una tabla.
- b) Calcule el porcentaje de jugadores que tienen por lo menos 23 años.
- c) Calcule el porcentaje de jugadores que tienen a lo sumo 21 años.

14) En un puesto de tránsito de una ruta nacional se mide la velocidad de los autos que transitan por la misma. La siguiente tabla fue confeccionada con mediciones hechas en ese puesto:

x (velocidad en km/h)	f (cantidad de autos)
[40;60)	30
[60; 80)	60
[80;100)	120
[100;120)	150
[120;140)	40

- a) ¿Qué porcentaje de autos será multado por superar los 100 km/h?
- b) ¿Cuál es aproximadamente la velocidad más frecuente en esta ruta?

15) Los siguientes son los salarios, redondeados en pesos, de los empleados administrativos de una empresa:

x (salario en pesos)	f (cantidad de empleados)
6.000	150
8.000	100
10.000	40
12.000	20
20.000	1
25.000	1

- a) Calcule el promedio y la moda de la muestra.
- b) ¿Qué medida/s de posición elegiría para argumentar la necesidad de un aumento en los salarios si usted fuera el delegado de los empleados? Justifique.

Módulo 3



UNIDAD V

PROBABILIDAD

La **probabilidad** es la rama de la matemática que se ocupa de medir el grado de incertidumbre de una situación. La vida diaria nos presenta situaciones en las que interviene el azar. Son situaciones aleatorias, las cuales nos obligan a analizar posibilidades antes de tomar decisiones.

La **teoría de las probabilidades** brinda el marco teórico para justificar nuestra elección con algún criterio científico.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

A un grupo de personas se le hizo una encuesta acerca de su lugar de vacaciones favorito y se obtuvieron los siguientes resultados:

Lugar	Cantidad de personas	Proporción	Porcentaje de personas %
Montaña	150	0,30	30
Playa	250	0,50	50
Nieve	100	0,20	20
Total	500	1	100

- ¿Qué porcentaje de personas prefiere la nieve?
- Si elegimos una persona al azar, ¿qué es más probable, que prefiera la playa o la montaña?

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

- El 20 % prefiere vacacionar en la nieve.
- Para contestar la pregunta del ítem b podemos relacionar la **estadística** con la **probabilidad** por medio de la frecuencia: el 50% prefiere vacacionar en la playa superando al 30% que prefiere vacacionar en la montaña.
En matemática existe una ley llamada de los "grandes números", la cual afirma que a medida que aumenta el tamaño de la muestra encuestada, la frecuencia relativa (r) se aproxima cada vez más a un número que representa la **probabilidad**.

LA PROBABILIDAD

Llamaremos probabilidad de un suceso al cociente entre la cantidad de casos favorables del suceso sobre la cantidad de casos posibles. La probabilidad puede valer entonces como mínimo 0 y como máximo 1.

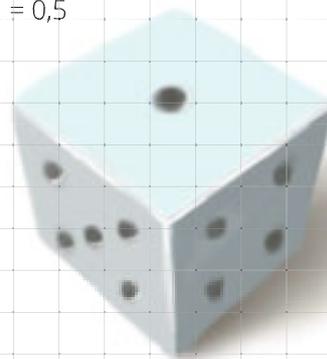
Ejemplifiquemos algunas probabilidades:

-La probabilidad de obtener una carta de copa al realizar una extracción de un mazo de cartas 40 españolas es $\frac{1}{4}$. Escribimos $P(\text{copa}) = \frac{1}{4} = 0,25$.

-La probabilidad de tener una hija mujer: $P(\text{mujer}) = \frac{1}{2} = 0,5$

-La probabilidad de obtener cara al tirar una moneda: $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5$

-La probabilidad de obtener un as al tirar un dado: $P(\text{as}) = \frac{1}{6}$



✘ ACTIVIDAD

1) Calcule la probabilidad de obtener un rey al extraer una carta del mazo de 40 cartas españolas.

2) Calcule la probabilidad de obtener el 7 de oro, llamado también el "7 de velo", al extraer una carta del mazo de 40 cartas españolas.

3) Tire una moneda al aire 40 veces y anote las veces que sale cara y las que sale ceca.

a) ¿Cuántas veces salió cara? ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado?

b) ¿Y cuántas ceca? ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado?

c) Compare las frecuencias relativas con las probabilidades.

PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolilla roja de una bolsa con 20 bolillas rojas? En este caso la probabilidad es $\frac{20}{20} = 1$. Es un "evento cierto".

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolilla azul de una bolsa con 20 bolillas rojas? En este caso la probabilidad es $\frac{0}{20} = 0$. Se llama "evento nulo".

La probabilidad de tener septillizos, si bien no es un suceso imposible, es muy baja y cercana a 0. Por el contrario, un suceso de probabilidad próxima a 1 es un suceso casi seguro.

✘ ACTIVIDAD

4) Clasifique como "casi segura", "medianamente probable", "poco probable" o "casi imposible" cada una de las siguientes situaciones:

- Finalizar la maratón de 42 km sin entrenar.
- Tener un accidente si manejo a 200 km/h en una calle de la ciudad.
- Aprobar un examen sin haber estudiado.
- Ganar la lotería si compro un sólo número.

5) Lance un dado 50 veces y anote los resultados obtenidos en una tabla.

- ¿Algún número salió muchas veces más que los otros?
- ¿Cuál es frecuencia relativa de cada número?

6) Fermín está vendiendo rifas para el viaje de egresados a La Falda, provincia de Córdoba. Sus tíos, Chiche y Toto, le van a comprar un número cada uno de un talonario que va desde el 00 al 99. Chiche elige el 23 y Toto el 08. ¿Cuál de los dos tiene mayor probabilidad de ganar?

TABLAS DE DOBLE ENTRADA

Una fábrica cuenta con un plantel de 200 empleados. De ellos, 120 son casados, 90 son mujeres y 40 son mujeres pero casadas. ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea un hombre soltero?

Una forma de representar la información es confeccionando una tabla de doble entrada. Esta tabla nos ayudará a contestar la pregunta:

	Hombre (H)	Mujer (M)	Total
Casados (C)	80	40	120
Solteros (S)	30	50	80
Total	110	90	200

Los datos de la tabla que no están expresados en el enunciado fueron completados por medio de los siguientes razonamientos: como del total de empleados 90 son mujeres y 40 son casadas entonces 50 mujeres son solteras. En total hay 120 empleados casados y sabemos que 40 son mujeres por lo que 80 son hombres casados.

La probabilidad de que sea un hombre y esté casado: $P(H \text{ y } C)$ es $\frac{80}{200} = 0,40$.

La probabilidad de que sea un hombre y esté soltero: $P(H \text{ y } S) = \frac{30}{200} = 0,15$.

✘ ACTIVIDAD

7) Una empresa automotriz tiene 2 líneas de productos: autos y camionetas. Las ventas totales durante cierto período han sido de 10.000 vehículos, de los cuales 3.000 corresponden a camionetas. De esos 3.000 vehículos vendidos, 2.000 fueron al contado. Complete la tabla sabiendo que el total de los vehículos vendidos a crédito fueron 6.500.

	Autos	Camionetas	Total
Contado		2.000	
Crédito			6.500
Total		3.000	10.000

¿Cuál es la probabilidad de que un vehículo tomado al azar sea un auto vendido a crédito?



8) Se encuestaron 100 personas, de las cuales 60 eran hombres y el resto mujeres; 30 de las personas preferían la música pop y 70 el rock. También se obtuvo que del total de los hombres, 20 prefieren pop. Halle la probabilidad de que al elegir una persona al azar sea hombre y prefiera el rock.

MULTIPLICACIÓN Y CONTEO

Algunos problemas de probabilidad requieren que consideremos a los sucesos de manera que se puedan descomponer en sucesos más simples. Para algunos de estos casos se utiliza una propiedad llamada principio de multiplicación.

Por ejemplo, las patentes de los autos están formadas por tres letras (del abecedario) seguidas por tres cifras (del 0 al 9).



¿Cuál es la cantidad de patentes que se pueden formar combinando todas las letras y todas las cifras?

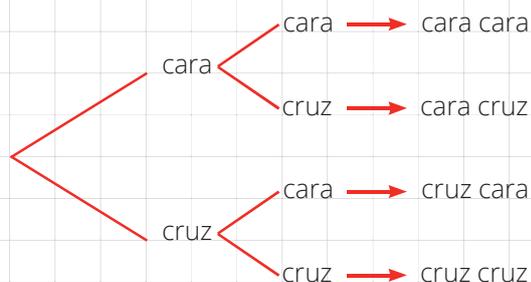
La cantidad de letras del abecedario es 27, entonces hay 27 opciones para el primer espacio, 27 para el segundo y 27 para el tercero. Como los números del 0 al 9 son 10, hay 10 opciones para el cuarto, 10 para el quinto y 10 para el sexto.

Realizamos la cuenta: $27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 19.683.000$. En conclusión, hay 19.683.000 patentes posibles.

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Ahora le mostraremos un modo útil de esquematizar una situación que facilita su resolución y la comprensión del principio de multiplicación: los diagramas de árbol.

¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos caras al lanzar dos veces una moneda?



Cuatro sucesos elementales,
 $E = \{\text{cara cara, cara cruz, cruz cara, cruz cruz}\}$

Cada una de las flechas indica una probabilidad de $\frac{1}{2}$. A su vez, para el segundo lanzamiento se dibujan otras 2 flechas, cada una indica una probabilidad de $\frac{1}{2}$. La probabilidad $P(\text{cara} / \text{cara}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

También podemos calcular esa probabilidad apelando al principio de multiplicación. Para la primera tirada tenemos 2 posibilidades, lo mismo que para la segunda. Si queremos calcular todas las combinaciones posibles de resultados debemos hacer la cuenta: $2 \cdot 2 = 4$. De todas las opciones posibles solo una representa el resultado "cara / cara". Entonces, la probabilidad $P(\text{cara} / \text{cara}) = \frac{1}{4}$.

✘ ACTIVIDAD

9) El equipo de fútbol del barrio tiene una probabilidad de $\frac{1}{3}$ de ganar cada partido. Calcular la probabilidad de que:

- Gane exactamente 2 partidos consecutivos.
- No gane 1 partido.
- No gane 2 partidos seguidos.

PARA ANALIZAR Y RESPONDER

Dos jugadores, Anibal y Beatriz ponen sobre una mesa una apuesta de \$10.000 cada uno. Ambos elijen un número del 1 al 6 y se llevará los \$20.000 aquel cuyo número salga primero 3 veces en el dado. Resulta que, después de unas tiradas, el número que eligió Anibal salió 2 veces y el número que eligió Beatriz sólo 1 vez pero hete aquí que Beatriz debe abandonar la partida.

¿Cómo se reparten los \$20.000 de forma que se respeten los resultados obtenidos hasta el momento??

ANALICE ALGUNAS SOLUCIONES POSIBLES

a) Como el juego no se pudo terminar, los jugadores van a repartir el dinero apostado respetando la cantidad de veces que salió el número elegido. El número de aciertos logrados entre los dos es 3 (dos de Anibal y uno de Beatriz). Por lo tanto Anibal se llevara dos tercios del premio y Beatriz un tercio.

Anibal: $\frac{2}{3} \cdot 20000 = 13333,33$

Beatriz: $\frac{1}{3} \cdot 20000 = 6666,66$

ACTIVIDAD

INTEGRADORA

10) Si se extrae al azar una carta de un mazo de cartas españolas (40):

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de oro?
- b) ¿Y que sea un 3?
- c) ¿Y que sea un 3 de oro?

11) En una escuela todos los alumnos deben elegir solamente un taller. En la tabla que se muestra a continuación se describe la cantidad de alumnos que eligió cada taller, agrupados por género.

- a) ¿Cuántos alumnos concurren al taller de informática?
- b) ¿Cuántos son varones y eligieron diseño?
- c) ¿Cuántos en total concurren a diseño o a música?
- d) ¿Cuántas son mujeres y concurren a música?

Sexo	Diseño	Música	Informática
Hombre	200	600	1.200
Mujer	400	800	1.800

12) Una empresa cuenta con 60 trabajadores que se dividen en operarios y administrativos y se sabe que 50 son operarios. Además, se sabe que entre los empleados administrativos hay 8 mujeres y entre los operarios hay 38 hombres. Si se elige un empleado al azar, calcule la probabilidad que:

- a) Sea operario.
- b) Sea empleada administrativa mujer.

13) ¿Cuál es la probabilidad de obtener solamente una cara en dos lanzamientos de una moneda?

14) Si se extrae al azar una carta de un mazo de cartas francesas (52):

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea el as de diamante?
- b) ¿Y de que sea de diamante?
- c) ¿Y de que sea un as?

15) Si se extrae una bolilla de una urna que contiene 3 bolillas blancas y 7 negras, ¿cuál es la probabilidad de extraer una bolilla blanca y cuál de extraer una bolilla negra?

16) Si se extrae una galletita de un paquete que contiene 16 galletitas de vainilla, 30 de chocolate y 15 de frutilla, ¿qué es más probable, que la galletita extraída sea de chocolate o que no lo sea?

17) Un paquete de caramelos contiene varios gustos y en distintas cantidades: 10 de limón, 12 de naranja y 8 de frutilla. Se extrae un caramelo al azar. Para cada uno de los gustos, calcular la probabilidad de que el caramelo extraído sea de ese gusto.

ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO

En economía se describen funciones de demanda que analizan la relación entre la cantidad de la mercadería demandada y alguna otra variable como ser precio, tiempo, etc.

Consideremos una función de demanda en la cual la cantidad (q) de unidades demandadas de una determinada mercadería depende exclusivamente de su precio (p). Se define también una función de oferta, que describe la relación entre la cantidad ofrecida (q) y su precio (p).

Bajo la suposición de que existe competencia pura (es decir que no haya influencia sobre los precios del mercado) se dice que se ha alcanzado el equilibrio del mercado cuando la cantidad ofrecida de una determinada mercadería coincide con la cantidad demandada.

- a) Calcule ceros o raíces, ordenada al origen y grafique la función de oferta $p = q + 3$.
- b) Calcule ceros o raíces, ordenada al origen y grafique en el mismo par de ejes la función de demanda $p = 9 - q$.
- c) Halle el punto de equilibrio entre ambas.

VISITÁ NUESTRA WEB

<https://convenios.ate.org.ar/>



SEGUINOS EN REDES

 @cctnacionalesate

 cctnacionalesate

 @cctnacionales

**CONVENIOS
COLECTIVOS**

